

# 統計学 練習問題

## 第8回 確率と確率分布(2) 問2解説

2019年5月13日

問2 ある県の自動車運転免許の学科試験の合格の確率は60%である。この県で受験したとき、3回以内に合格する確率を求めよ。(答えは分数でも良い。)

(解答) 合格を○、不合格を×であらわすと、次のようになる。

1回目で合格する確率 ○  $\frac{3}{5}$

2回目で合格する確率 ×○  $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$

3回目で合格する確率 ××○  $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{125}$

よって、

$$\frac{3}{5} + \frac{6}{25} + \frac{12}{125} = \frac{75}{125} + \frac{30}{125} + \frac{12}{125} = \frac{117}{125}$$

(別解) 3回受験して3回とも不合格になる確率は

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

なので、3回以内に合格する確率は、 $1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125}$

# 統計学 練習問題

## 第9回 確率と確率分布(3) 問2解説

2019年5月16日

問2 あるテレビのゲーム番組では、参加者は3つのドア(左からドアA, ドアB, ドアCとする)のいずれかを選び、その後ろにある商品をもらうことができる。ひとつのドアの後ろには車が、残り2つのドアの後ろにはたわしが置いてある。

参加者がドアAを選んだとする。このとき、ドアの後ろに何がおいてあるか知っている司会者はドアCを開けて参加者にこう言った「ドアBに変えますか?」参加者はドアBに変えたほうが良いのであろうか。

(解) 司会者は必ずたわしのドアを開けるものとする

車の場所 ドアAの後ろ  $X_1$  ドアBの後ろ  $X_2$  ドアCの後ろ  $X_3$

司会者の開けるドア ドアA  $Y_1$  ドアB  $Y_2$  ドアC  $Y_3$

とする。

$P(X_1|Y_3)$ (ドアを変えない方が良い) と  $P(X_2|Y_3)$ (ドアを変えた方が良い) の比較となる。

車がどのドアの後ろにあるかは等確率とする。すなわち、 $P(X_1) = P(X_2) = P(X_3) = \frac{1}{3}$

ドアAの後ろに車があるとき、司会者はドアBドアCのいずれかのドアをあける。これを等確率で開けるものとする

$$P(Y_1|X_1) = 0, P(Y_2|X_1) = P(Y_3|X_1) = \frac{1}{2}$$

ドアBの後ろに車があるとき、司会者はドアCをあける。

$$P(Y_1|X_2) = P(Y_2|X_2) = 0, P(Y_3|X_2) = 1$$

ドアCの後ろに車があるとき、司会者はドアBをあける。

$$P(Y_1|X_3) = P(Y_3|X_3) = 0, P(Y_2|X_3) = 1$$

ベイズの定理を用いて  $P(X_1|Y_3)$  と  $P(X_2|Y_3)$  を計算する。

$$\begin{aligned} P(X_1|Y_3) &= \frac{P(X_1) \times P(Y_3|X_1)}{P(X_1) \times P(Y_3|X_1) + P(X_2) \times P(Y_3|X_2) + P(X_3) \times P(Y_3|X_3)} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X_2|Y_3) &= \frac{P(X_2) \times P(Y_3|X_2)}{P(X_1) \times P(Y_3|X_1) + P(X_2) \times P(Y_3|X_2) + P(X_3) \times P(Y_3|X_3)} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$P(X_1|Y_3) < P(X_2|Y_3)$  となることから、参加者はドアを変えた方が良い。