

数学 復習問題(第3回)

2019.5.6 担当：河田

学籍番号 _____ 氏名 _____ 模範解答 _____

※ 5月10日(金)17時までに、河田研究室(508)まで提出すること。

※ 途中の式や思考過程はそのままにしておくこと。

1. 次の2次方程式を因数分解を用いて解きなさい。

① $x^2 - 5x - 14 = 0$

$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x = -2, 7$$

② $-2x^2 + 10x - 8 = 0$

$$-2(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$x = 1, 4$$

③ $2x^2 + 10x - 12 = 0$

$$2(x - 1)(x + 6) = 0$$

$$x = 1, -6$$

④ $3x^2 - 12x + 9 = 0$

$$3(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = 1, 3$$

2. 次の2次方程式を解の公式を用いて解きなさい。

① $x^2 - 3x - 18 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-18)}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} = -\frac{6}{2}, \frac{12}{2} = -3, 6$$

② $x^2 + 2x - 15 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-15)}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2} = -\frac{10}{2}, \frac{6}{2} = -5, 3$$

③ $2x^2 - 8x - 10 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 2 \times (-10)}}{2 \times 2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 80}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{4} = \frac{8 \pm 12}{4} = -\frac{4}{4}, \frac{20}{4} = -1, 5$$

④ $x^2 - 7x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 16}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{2} = \frac{7 - \sqrt{33}}{2}, \frac{7 + \sqrt{33}}{2}$$

3. 次の2次関数を最小または最大にする x の値と、最小値または最大値を求めなさい。

① $y = x^2 - 4x + 5$

$$y = (x - 2)^2 + 1 \qquad (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$x = 2$ のとき、 y は最小値1をとる。

② $y = x^2 + 6x + 2$

$$y = (x + 3)^2 - 7 \qquad (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$x = -3$ のとき、 y は最小値 -7 をとる。

③ $y = -x^2 - 4x + 1$

$$y = -(x^2 + 4x - 1) = -\{(x + 2)^2 - 5\} \qquad (x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$
$$= -(x + 2)^2 + 5$$

$x = -2$ のとき、 y は最大値5をとる。

④ $y = -2x^2 + 5x - 4$

$$y = -2\left(x^2 - \frac{5}{2}x + 2\right) = -2\left\{\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{7}{16}\right\}$$
$$= -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \qquad \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}\right)$$

$x = \frac{5}{4}$ のとき、 y は最大値 $-\frac{7}{8}$ をとる。

4. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤(π)=売上-総費用と求められる。

ここで、売上は、価格×数量(q)として求められる。

総費用(C)が、数量(q)の関数として、 $C = q^2 + 3q + 3$ としてあらわされ、この商品の価格が9であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量(q)と、そのときの利潤(π)を求めよ。

この商品の価格が9であるので、売上は $9q$ となる。

利潤(π)=売上-総費用であるので、

$$\pi = 9q - (q^2 + 3q + 3) = 9q - q^2 - 3q - 3 = -q^2 + 6q - 3$$

この式を平方完成すると、

$$\pi = -(q - 3)^2 + 6 \qquad -(q - 3)^2 = -q^2 + 6q - 9$$

$q = 3$ のとき、 π は最大値6をとる。