数学小テスト(1) 予想問題

2019.5.20 担当：河田

1. 次の連立方程式を解きなさい。

① $\begin{cases} 3x-2y=-7 \\ \ \ x+3y=2 \end{cases}$

② $\begin{cases} \frac{1}{2}x+2y=-3 \\ 3x+8y=-11 \end{cases}$

2. 次の 2 次方程式を解きなさい。（どのような解法を用いてもよい）

① $2x^2-8x+6=0$

② $x^2-5x+3=0$

3. 次の 2 次関数を最小または最大にするxの値と、最小値または最大値を求めなさい。（どのような解法を用いてもよい）

① $y=-x^2+2x+5$

② $y=x^2+3x+2$

4. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤(π)＝売上－総費用と求められる。
ここで、売上は、価格×数量(q)として求められる。
総費用(C)が、数量(q)の関数として、$\mathrm{C}=\frac{2}{3}q^3-16q^2+140q-480$としてあらわされ、この商品の価格が 12 であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量(q)と、そのときの利潤(π)を求めよ。

数学小テスト(1) 予想問題 解答例

2019.5.20 担当：河田

1. 次の連立方程式を解きなさい。

① $\begin{cases} 3x-2y=-7 & \cdots① \\ x+3y=2 & \cdots② \end{cases}$

$$x=-\frac{17}{11}, y=\frac{13}{11}$$

② $\begin{cases} \frac{1}{2}x+2y=-3 & \cdots① \\ 3x+8y=-11 & \cdots② \end{cases}$

$$x=1, y=-\frac{7}{4}$$

② ⇔ $x = -3y+2 \quad \cdots②'$

① に代入して

$$\begin{aligned} 3(-3y+2)-2y &= -7 \\ -9y+6-2y &= -7 \\ -11y &= -13 \\ y &= \frac{13}{11} \end{aligned}$$

②'に代入して

$$x=-3\times\frac{13}{11}+2=-\frac{17}{11}$$

① ×4⇔ $2x+8y=-12 \quad \cdots①'$

① 'に代入して

①$'$ − ②⇔ $\begin{aligned} 2x-3x &= -12-(-11) \\ -x &= -1 \\ x &= 1 \end{aligned}$

$$\begin{aligned} 2\times1+8y &= -12 \\ 8y &= -12-2 \\ y &= -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

2. 次の 2 次方程式を解きなさい。(どのような解法を用いてもよい)

① $2x^2-8x+6=0$

因数分解すると$2(x-3)(x-1)=0$となるので、

この 2 次方程式の解は$x=1,3$となる。

② $x^2-5x+3=0$

解の公式を用いると$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}=\frac{5\pm\sqrt{25-12}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$が、この 2 次方程式の解となる。

3. 次の 2 次関数を最小または最大にするxの値と、最小値または最大値を求めなさい。(どのような解法を用いてもよい)

① $y=-x^2+2x+5$

$$\frac{dy}{dx}=-2\cdot x^{2-1}+1\cdot 2x^{1-1}=-2x+2$$

$$\frac{dy}{dx}=0 \Leftrightarrow -2x+2=0 \Leftrightarrow x=1$$

よって$x=1$のとき、最大値$y=-1^2+2\cdot1+5=6$をとる。

② $y=x^2+3x+2$

$$\frac{dy}{dx}=2\cdot x^{2-1}+1\cdot 3x^{1-1}=2x+3$$

$$\frac{dy}{dx}=0 \Leftrightarrow 2x+3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$$

よって$x=-\frac{3}{2}$のとき、最小値$y=\left(-\frac{3}{2}\right)^2+3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+2=-\frac{1}{4}$をとる。

4. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤(π)=売上－総費用と求められる。
ここで、売上は、価格×数量(q)として求められる。
総費用(C)が、数量(q)の関数として、$C=\frac{2}{3}q^3-16q^2+140q-480$としてあらわされ、この商品の価格が 12 であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量(q)と、そのときの利潤(π)を求めよ。

利潤(π)=売上－総費用なので、

$$\pi=12q-\left(\frac{2}{3}q^3-16q^2+140q-480\right)=-\frac{2}{3}q^3+16q^2-128q+480$$

$$\frac{d\pi}{dq}=-3\cdot\frac{2}{3}q^{3-1}+2\cdot16q^{2-1}-1\cdot128q^{1-1}=-2q^2+32q-128$$

$$\frac{d\pi}{da}=0 \Leftrightarrow -2q^2+32q-128=0 \Leftrightarrow -2(q-8)^2=0 \Leftrightarrow \mathrm{q}=8$$

よって$q=8$のとき、

極大値$y=-\frac{2}{3}8^3+16\cdot8^2-128\cdot8+480=\frac{416}{3}$をとる。

q		8	
$\frac{d\pi}{dq}$	+	0	−
π	↗	$\frac{416}{3}$	↘

この商品は、$q=8$のとき、最大利潤$\frac{416}{3}$をとる。