

数学小テスト(1)

2019.5.27 担当：河田

学籍番号 _____ 氏名 _____ 模範解答 _____

※ 途中の式や思考過程はそのままにしておくこと。

1. 次の連立方程式を解きなさい。 ② $\Leftrightarrow x = 2y - 3 \dots ②'$ ②'に代入して
- ① $\begin{cases} 4x - 5y = -6 & \dots ① \\ -x + 2y = 3 & \dots ② \end{cases}$

$x = 1, y = 2$

① に代入して

$$\begin{aligned} 4(2y - 3) - 5y &= -6 \\ 8y - 12 - 5y &= -6 \\ 3y &= -6 + 12 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

$x = 2 \times 2 - 3 = 1$

2. 次の2次方程式を解きなさい。(どのような解法を用いてもよい)

① $-2x^2 + 8x + 10 = 0$

因数分解すると $-2(x - 5)(x + 1) = 0$ となるので、この2次方程式の解は $x = -1, 5$ となる。

② $x^2 - 7x + 3 = 0$

解の公式を用いると $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 12}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}$ が、この2次方程式の解となる。

3. 次の2次関数を最小または最大にする x の値と、最小値または最大値を求めなさい。(どのような解法を用いてもよい)

① $y = -x^2 + 4x + 2$

$\frac{dy}{dx} = -2 \cdot x^{2-1} + 1 \cdot 4x^{1-1} = -2x + 4$ よって $x = 2$ のとき、最大値 $y = -2^2 + 4 \cdot 2 + 2 = 6$ をとる。

$\frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow -2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

② $y = x^2 - 5x + 4$

$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot x^{2-1} - 1 \cdot 5x^{1-1} = 2x - 5$ よって $x = \frac{5}{2}$ のとき、最小値 $y = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) + 4 = -\frac{9}{4}$ をとる。

$\frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

4. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤(π) = 売上 - 総費用と求められる。

ここで、売上は、価格 \times 数量(q)として求められる。

総費用(C)が、数量(q)の関数として、 $C = q^3 - 3q^2 - 8q + 20$ としてあらわされ、この商品の価格が 16 であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量(q)と、そのときの利潤(π)を求めよ。

利潤(π) = 売上 - 総費用なので、

$$\pi = 16q - (q^3 - 3q^2 - 8q + 20) = -q^3 + 3q^2 + 24q - 20$$

である。これを微分すると、

$$\frac{d\pi}{dq} = -3 \cdot q^{3-1} + 2 \cdot 3q^{2-1} + 1 \cdot 24q^{1-1} = -3q^2 + 6q + 24$$

$$\frac{d\pi}{dq} = 0 \Leftrightarrow -3q^2 + 6q + 24 = 0 \Leftrightarrow -3(q + 2)(q - 4) = 0 \Leftrightarrow q = -2, 4$$

よって $q = 4$ のとき、

この商品は、 $q = 4$ のとき、最大利潤 60 をとる。

極大値 $y = -4^3 + 3 \cdot 4^2 + 24 \cdot 4 - 20 = 60$ をとる。

q		-2		4	
$\frac{d\pi}{dq}$	-	0	+	0	-
π	↘	-48	↗	60	↘