

<第4回 微分>

[練習問題]

2. 次の3次関数を極小・極大にする x の値と、極小値・極大値を求めなさい。

① $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 3$

$$\frac{dy}{dx} = 3 \cdot \frac{1}{3}x^{3-1} + 2 \cdot x^{2-1} - 1 \cdot 3x^{1-1} = x^2 + 2x - 3$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = -3, 1$$

x		-3		1	
$\frac{dy}{dx}$	+	0	-	0	+
y	↗	11	↘	$\frac{4}{3}$	↗

よって $x = -3$ のとき、極大値 $y = \frac{1}{3}(-3)^3 + (-3)^2 - 3 \cdot (-3) + 3 = 11$ をとり、

$x = 1$ のとき、極小値 $y = \frac{1}{3} \cdot 1^3 + 1^2 - 3 \cdot 1 + 3 = \frac{4}{3}$ をとる。

② $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4$

$$\frac{dy}{dx} = -3 \cdot x^{3-1} + 2 \cdot 3x^{2-1} + 1 \cdot 9x^{1-1} = -3x^2 + 6x + 9$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow -3(x+1)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1, 3$$

x		-1		3	
$\frac{dy}{dx}$	-	0	+	0	-
y	↘	-1	↗	31	↘

よって $x = -1$ のとき、極小値 $y = -(-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) + 4 = -1$ をとり、

$x = 3$ のとき、極大値 $y = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 + 4 = 31$ をとる。