

<第 14 回 確率> (模範解答)

[練習問題]

1. 5 本中 2 本があたりのくじを順番に引いていく。このくじを 2 番目に引く人について

① 1 番目に引いた人があたりであるとき、2 番目の人があたりをひく確率 $P(B|A)$ を求めよ。

1 番目に引いた人があたりであるなら、残り 4 本のうち 1 本があたりくじであるので、

$$P(B|A) = \frac{1}{4}$$

② 2 人が続けてあたりをひく確率 $P(A \cap B)$ を求めよ。

1 番目に引いた人があたりをひき、さらに 2 番目の人もあたりをひくので、

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

③ 1 番目の人がまだくじを引いていないとき、2 番目の人があたりをひく確率 $P(B)$ を求めよ。

1 番目に引いた人がはずれをひいたとき、2 番目の人があたりをひく確率は、

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

よって、求める確率は

[基礎事項のチェック] $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

・独立事象の乗法定理

袋の中に、赤球 5 個、白球 5 個の計 10 個の球が入っている。この袋から 2 個球を取り出すとき、2 個とも赤球となる確率を考えてみよう。

この問題は、 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$ として求めることができた。

1 個目の球が赤球である確率 1 個目の球が赤球であったという条件のもとで、2 個目の球も赤であるという条件付き確率

この場合は、1 個目の球が赤球か白球かによって、2 個目の球が赤球である確率が変わる。しかし、事象 A が起こるか、起こらないかによって、事象 B が起こる確率が変わらないとき、事象 A と事象 B は独立であるという。(たとえば、さいころを 2 回ふるとき、1 回目に 1 が出たかどうかで、2 回目に 1 の目が出る確率は変わらない。)

このような独立事象の場合、乗法定理は、 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ となる。

