

<第 14 回 確率> (模範解答)

[練習問題]

1. 5 本中 2 本があたりのくじを順番に引いていく。このくじを 2 番目に引く人について

① 1 番目に引いた人があたりであるとき、2 番目の人があたりをひく確率 $P(B|A)$ を求めよ。

1 番目に引いた人があたりであるなら、残り 4 本のうち 1 本があたりくじであるので、

$$P(B|A) = \frac{1}{4}$$

② 2 人が続けてあたりをひく確率 $P(A \cap B)$ を求めよ。

1 番目に引いた人があたりをひき、さらに 2 番目の人もあたりをひくので、

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

③ 1 番目の人がまだくじを引いていないとき、2 番目の人があたりをひく確率 $P(B)$ を求めよ。

1 番目に引いた人がはずれをひいたとき、2 番目の人があたりをひく確率は、

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B|\bar{A}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

よって、求める確率は

[基礎事項のチェック]

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{2}{5}$$

・独立事象の乗法定理

袋の中に、赤球 5 個、白球 5 個の計 10 個の球が入っている。この袋から 2 個球を取り出すとき、2 個とも赤球となる確率を考えてみよう。

この問題は、 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$ として求めることができた。

1 個目の球が赤球である確率 1 個目の球が赤球であったという条件のもとで、2 個目の球も赤であるという条件付き確率

この場合は、1 個目の球が赤球か白球かによって、2 個目の球が赤球である確率が変わる。しかし、事象 A が起こるか、起こらないかによって、事象 B が起こる確率が変わらないとき、事象 A と事象 B は独立であるという。(たとえば、さいころを 2 回ふるとき、1 回目に 1 が出たかどうかで、2 回目に 1 の目が出る確率は変わらない。)

このような独立事象の場合、乗法定理は、 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ となる。

[練習問題]

2. A,B の 2 人が同じ問題を解くとき、A が解くことができる確率は $\frac{1}{2}$ 、B が解くことができる確率は $\frac{2}{3}$ であるという。このとき、次の確率を求めよ。

① 2 人とも解くことができる確率

A 君が解くことができ、B 君も解くことができる確率なので、

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

② 2 人のうち、1 人しか解けない確率

A 君が解くことができ、B 君が解けない確率は、 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

A 君が解けずに、B 君が解ける確率は、 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

よって求める確率は、 $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

③ 2 人のうち、少なくとも 1 人は解ける確率

①②の確率を加えて、 $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

もしくは、A 君も、B 君も解けない確率を 1 から引いて、 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

3. あるサッカー選手が、ゴールから一定の位置にあるボールを 1 回蹴るとき、ボールがゴールに入る確率は $\frac{1}{3}$ である。この選手同じ位置からボールを 4 回蹴るとき、ボールが 2 回以上ゴールに入る確率を求めよ。

4 回とも入る確率は、 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$ 、

3 回入る確率を考えると、 $4 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{81}$ 、

2 回入る確率を考えると、 ${}_4C_2 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{24}{81}$ 、

$$\frac{1}{81} + \frac{8}{81} + \frac{24}{81} = \frac{33}{81} = \frac{11}{27}$$

A.
 $\frac{11}{27}$