

<第3回 2次方程式と2次関数>

[予習問題の確認]

1. 次の2次方程式を因数分解を用いて解きなさい。

①  $x^2 - 7x + 10 = 0$

②  $2x^2 + 2x - 12 = 0$

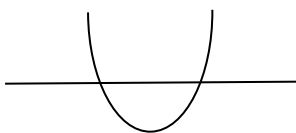
2. 次の2次方程式を解の公式を用いて解きなさい。

①  $x^2 - 7x - 18 = 0$

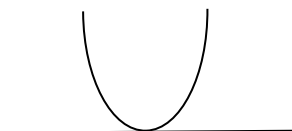
②  $x^2 - 4x + 2 = 0$

※ 2次方程式の解の個数は、常に2個というわけではなく、解が存在しない場合もある。解の公式の $\sqrt{\quad}$ の中の $D = b^2 - 4ac$  (これを判別式という)の正負によって、解の個数が変わる。これは $y = ax^2 + bx + c$ という2次関数が $x$ 軸と交わる交点の数と同じである。

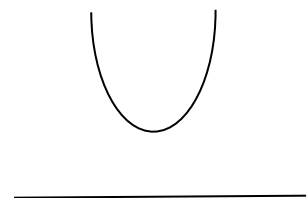
$D = b^2 - 4ac > 0$   
 $x$ は2つの実数解をもつ



$D = b^2 - 4ac = 0$   
 $x$ は実数の重解をもつ



$D = b^2 - 4ac < 0$   
 $x$ は実数解をもたない



・ 2 次関数の描画

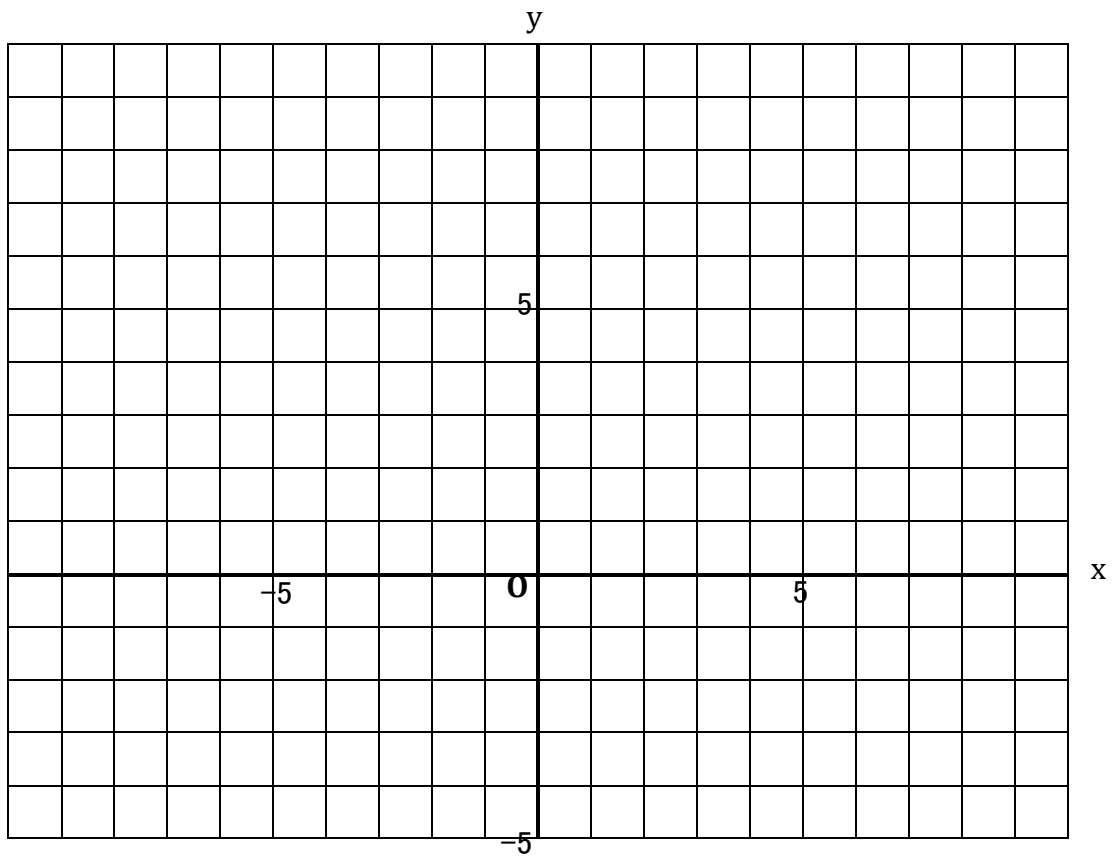
**[練習問題]**

3.  $y = x^2 - 4x + 3$  という 2 次関数のグラフを描きたい。

①  $x$  と  $y$  の関係との対応関係を、下の表にまとめよう。

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y							

② 2 次関数のグラフを下に描いてみよう。



③ この 2 次関数が  $x$  軸と交わるのは、 $x = \boxed{\quad}$  と  $\boxed{\quad}$  のときである。

④ この 2 次関数が最小になるのは、 $x = \boxed{\quad}$ 、 $y = \boxed{\quad}$  のときである。

・ 2 次関数の最大値・最小値

・ 平方完成による方法

2 次関数の最大値または最小値を求める方法として、平方完成による方法がある。

平方完成とは  $y = ax^2 + bx + c$  を  $y = a(x + \alpha)^2 + \beta$  のように、変形する方法である。

たとえば、 $y = x^2 - 4x + 3$  という 2 次関数の最小値を、平方完成によって求めよう。

この数の半分の数がかっこの中に入る

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x - 2)^2 - 1 \end{aligned}$$

↑  
カッコを展開したものと、この数の和が元の定数項に等しくなるように

この 2 次関数は  $x = 2$  において、最小値  $-1$  をとる。

**[練習問題]**

4. 次の 2 次関数を最小または最大にする  $x$  の値と、最小値または最大値を求めなさい。

①  $y = x^2 - 2x + 8$

②  $y = x^2 + 6x + 9$

③  $y = x^2 - 3x + 5$

④  $y = -2x^2 - 4x - 8$

5. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤( $\pi$ ) = 売上 - 総費用と求められる。

ここで、売上は、価格  $\times$  数量( $q$ )として求められる。

総費用( $C$ )が、数量( $q$ )の関数として、 $C = q^2 + 2q + 1$  としてあらわされ、この商品の価格が 6 であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量( $q$ )と、そのときの利潤( $\pi$ )を求めよ。