

<第 12 回 1 次変換>

[確認事項]

・特徴的な 1 次変換の例

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdots x \text{ 軸に関する対称変換}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdots y \text{ 軸に関する対称変換}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdots \text{原点に関する対称変換}$$

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdots \text{原点まわり角度} \theta \text{ 回転}$$

[練習問題]

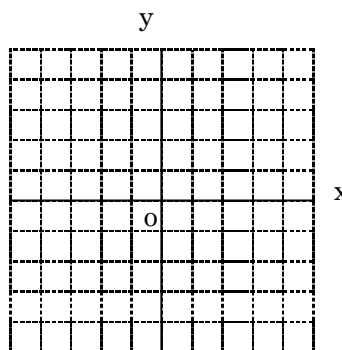
1. 以下の行列による 1 次変換で、ベクトル $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ で囲まれた平行四辺形がどのような形に変換されるか、右図に表してみよう。

① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix}$



【確認事項】

・面積の変化

行列 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ による1次変換で、ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ で囲まれた正方形は、ベクトル $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ で囲まれた平行四辺形に変換された。このとき、平行四辺形の面積は5となる。

一般に、行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ による1次変換で、ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ で囲まれた正方形は、面積 $ad - bc$ の平行四辺形に変換される。

【練習問題】

2. 以下の行列による1次変換で、ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ で囲まれた正方形が変換される平行四辺形の面積を求めよ。

① $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{pmatrix}$