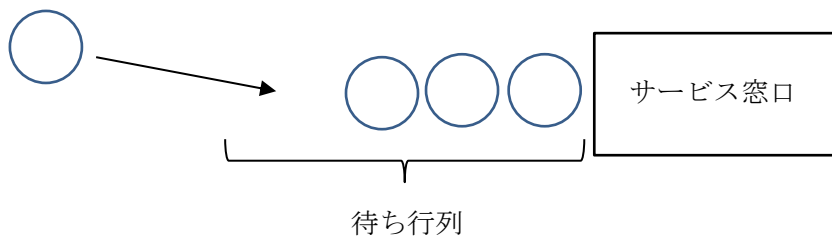


<第9回 待ち行列と在庫管理 (1)>

[待ち行列]

スーパーのレジ、銀行の窓口、ATM など、サービスを受けたい場合にすぐに受けることができず、列を作って、待たなくてはならない場合がある。これが待ち行列である。

この待ち行列の理論において、待たなくてはならない確率や、大体どれぐらい待つかなどを求める。



待ち行列の問題では、

- ・ 客の到着する間隔
- ・ サービスにかかる時間

に何らかの確率分布を仮定する。よく用いられるのが、客の到着間隔にポアソン分布を、サービスにかかる時間に指数分布を仮定するものである。

窓口が1つの場合のモデルにおいて、次のような公式にまとめられる。

到着率(人/時間) : λ サービス率(人/時間) : μ 利用率 : $\rho = \lambda/\mu$

- ・ サービス窓口の空いている確率 : $1 - \rho$
- ・ 待ち行列の平均長さ : $\frac{\rho^2}{1-\rho}$
- ・ 客の平均待ち時間 : $\frac{1}{\mu(1-\rho)}$
- ・ 到着した客が t より長く待つ確率 : $\rho e^{-(1-\rho)\mu t}$

【問題 1】 徳山銀行学園台支店には、1 台の ATM がある。この ATM に、客が平均 2 分間隔で到着し、ATM の操作は、どの客も 1.5 分であったとする。このとき、客の平均待ち時間や、到着した客が 5 分以上待つ確率を求めてみよう。

a) 計算による導出

B2 セルにλが、F2 セルにμが入力されているものとする。

- ・ H2 セルに =B2/F2 として、求められる。
- ・ 待ち行列の平均長さは、=H2^2/(1-H2) として求められる。
- ・ 客の平均待ち時間は、=1/(F2*(1-H2)) として求められる。

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|----------------|--------|-----------------------|---|---------|--------|---|--------|---|
| 1 | 平均到着率 | | | | 平均サービス率 | | | 利用率 | |
| 2 | 1時間あたり | 30 | 人 | | 1時間あたり | 40 | 人 | =B2/F2 | |
| 3 | 1分あたり | =B2/60 | 人 | | 1分あたり | =F2/60 | 人 | | |
| 4 | | | | | | | | | |
| 5 | 待ち行列の平均長さ | | =H2^2/(1-H2) | | | | | | |
| 6 | 客の平均待ち時間(時間) | | =1/(F2*(1-H2)) | | | | | | |
| 7 | 客の平均待ち時間(分) | | =C6*60 | | | | | | |
| 8 | 到着した客が5分以上待つ確率 | | =H2*EXP(-(1-H2)*F3*5) | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | |

b) シミュレーション

客の到着間隔を乱数であらわす。

- ・ まず A 列に客の番号を記述し、B 列に 0~1 の乱数を発生させる。
- ・ B11 に乱数が入っていたとしたら、到着間隔は、=-LN(B11)/\$B\$3 として求められる。
- ・ D 列に客の到着時刻を求める。
- ・ E 列に利用開始時刻、F 列に終了時刻を求める。利用開始時刻は、到着時刻と、前の客の終了時刻のより遅い方となる。
- ・ G 列に待ち時間、H 列に開始時の待ち人数を求める。

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|----|----|---------|------------------|----------|---------------|---------------|----------|--------------------------------|---|
| 10 | 番号 | 乱数 | 到着間隔 | 到着時刻 | 利用開始時刻 | 終了時刻 | 待ち時間 | 開始時待ち人数 | |
| 11 | 1 | =RAND() | =-LN(B11)/\$B\$3 | =C11 | =D11 | =E11+1/\$F\$3 | =E11-D11 | =FREQUENCY(D11:\$D\$210,E11)-1 | |
| 12 | 2 | =RAND() | =-LN(B12)/\$B\$3 | =D11+C12 | =MAX(D12,F11) | =E12+1/\$F\$3 | =E12-D12 | =FREQUENCY(D12:\$D\$210,E12)-1 | |

【問題 2】 【問題 1】 の ATM の利用は下の表のようになっており、それぞれ所要時間が異なる。このときの客の平均待ち時間や、到着した客が 5 分以上待つ確率をシミュレーションで求めてみよう。

| | 所要時間(分) | 利用割合 |
|------|---------|------|
| 引き出し | 1.5 | 0.5 |
| 預け入れ | 1.8 | 0.2 |
| 振り込み | 2.1 | 0.2 |
| 残高照会 | 0.8 | 0.1 |