管理工学　配布資料

2019.11.20　担当:河田

＜第 8 回　シミュレーション(2)＞

［問題 3］の補足

画面のイメージは下のようになる。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	車の場所の	車の場所	解答の乱数	参加者の初	司会者の開	変更しない	変更する	当たる確率	当たる確率	司会者の行動			
2	1	A	1	A	C	あたり	はずれ	1	0	車と開ける	選択肢1	選択肢2	
3	1	A	2	B	C	はずれ	あたり	0.5	0.5	AA	B	C	
4	3	C	1	A	B	はずれ	あたり	0.333333	0.666667	AB	C	C	
5	2	B	2	B	C	あたり	はずれ	0.5	0.5	AC	B	B	
6	2	B	3	C	A	はずれ	あたり	0.4	0.6	BA	C	C	
7	3	C	1	A	B	はずれ	あたり	0.333333	0.666667	BB	A	C	
8	2	B	2	B	A	あたり	はずれ	0.428571	0.571429	BC	A	A	
9	3	C	3	C	B	あたり	はずれ	0.5	0.5	CA	B	B	
10	3	C	2	B	A	はずれ	あたり	0.444444	0.555556	CB	A	A	
11	2	B	3	C	A	はずれ	あたり	0.4	0.6	CC	A	B	
12	2	B	3	C	A	はずれ	あたり	0.363636	0.636364				
13	3	C	2	B	A	はずれ	あたり	0.333333	0.666667				
14	1	A	1	A	C	あたり	はずれ	0.384615	0.615385				
15	1	A	3	C	B	はずれ	あたり	0.357143	0.642857				
16	2	B	3	C	A	はずれ	あたり	0.333333	0.666667				

各列の 1 行目には、以下のような記述をする。

A 列　車の場所の乱数

B 列　車の場所

C 列　解答の乱数

D 列　参加者の初めの解答

E 列　司会者の開けるドア

F 列　変更しない

G 列　変更する

H 列　当たる確率(変更なし)

I 列　当たる確率(変更あり)

H 列、I 列はその回以前のあたりとはずれの割合を求めていく。(これが最終的に、当たる確率になる)

管理工学 第8回

モンティ・ホール問題の理論的解説

2019 年 11 月 20 日

問　あるテレビのゲーム番組では、参加者は 3 つのドア (左からドア A, ドア B, ドア C とする) のいずれかを選び、その後ろにある商品をもらうことができる。ひとつのドアの後ろには車が、残り 2 つのドアの後ろにはたわしが置いてある。

参加者がドア A を選んだとする。このとき、ドアの後ろに何がおいてあるか知っている司会者はドア C を開けて参加者にこう言った「ドア B に変えますか？」参加者はドア B に変えたほうが良いのであろうか。

(解) 司会者は必ずたわしのドアを開けるものとする
車の場所　ドア A の後ろ X_1　ドア B の後ろ X_2　ドア C の後ろ X_3
司会者の開けるドア　ドア A Y_1　ドア B Y_2　ドア C Y_3
とする。
$P(X_1|Y_3)$(ドアを変えない方が良い) と $P(X_2|Y_3)$(ドアを変えた方が良い) の比較となる。

車がどのドアの後ろにあるかは等確率とする。すなわち、$P(X_1) = P(X_2) = P(X_3) = \frac{1}{3}$

ドア A の後ろに車があるとき、司会者はドア B ドア C のいずれかのドアをあける。これを等確率で開けるものとすると

$$P(Y_1|X_1) = 0, P(Y_2|X_1) = P(Y_3|X_1) = \frac{1}{2}$$

ドア B の後ろに車があるとき、司会者はドア C をあける。

$$P(Y_1|X_2) = P(Y_2|X_2) = 0, P(Y_3|X_2) = 1$$

ドア C の後ろに車があるとき、司会者はドア B をあける。

$$P(Y_1|X_3) = P(Y_3|X_3) = 0, P(Y_2|X_3) = 1$$

ベイズの定理を用いて $P(X_1|Y_3)$ と $P(X_2|Y_3)$ を計算する。

$$\begin{aligned}
P(X_1|Y_3) &= \frac{P(X_1) \times P(Y_3|X_1)}{P(X_1) \times P(Y_3|X_1) + P(X_2) \times P(Y_3|X_2) + P(X_3) \times P(Y_3|X_3)} \\
&= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(X_2|Y_3) &= \frac{P(X_2) \times P(Y_3|X_2)}{P(X_1) \times P(Y_3|X_1) + P(X_2) \times P(Y_3|X_2) + P(X_3) \times P(Y_3|X_3)} \\
&= \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$P(X_1|Y_3) < P(X_2|Y_3)$ となることから、参加者はドアを変えた方が良い。