

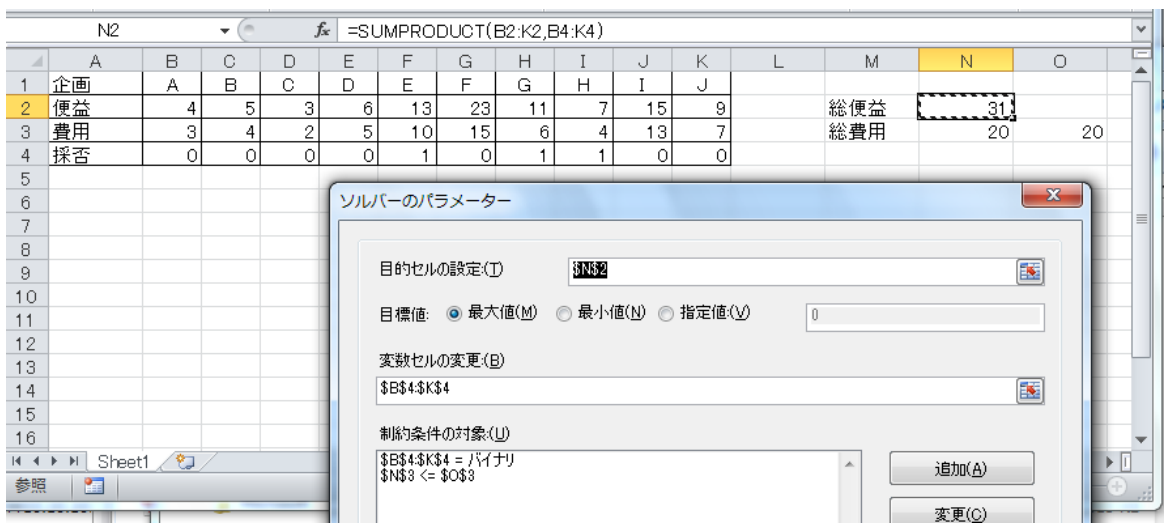
<第5回 線形計画法(5) –巡回セールスマン問題–>

前回の問題は以下のように定式化された。

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x_A + 5x_B + 3x_C + 6x_D + 13x_E + 23x_F + 11x_G + 7x_H + 15x_I + 9x_J \\ \text{s.t.} \quad & 3x_A + 4x_B + 2x_C + 5x_D + 10x_E + 15x_F + 6x_G + 4x_H + 13x_I + 7x_J \leq 15 \end{aligned}$$

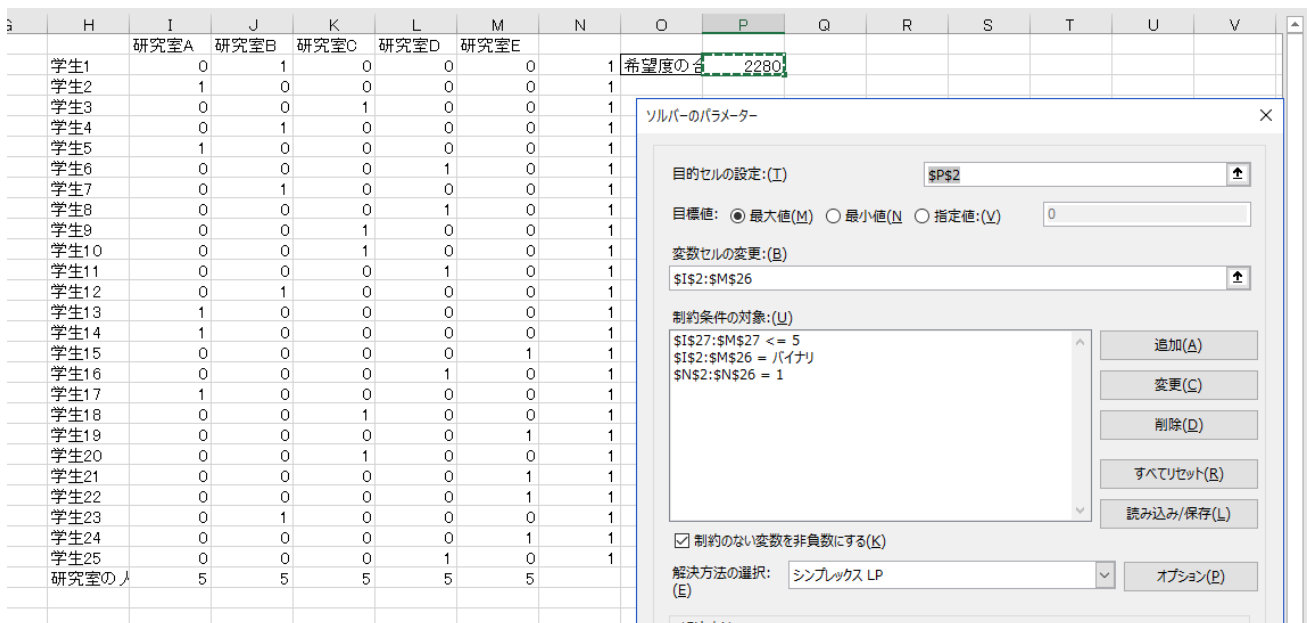
Excel を用いた解

Excel のソルバーを用いて解を求めると、下図のように、総便益は 31 となる。

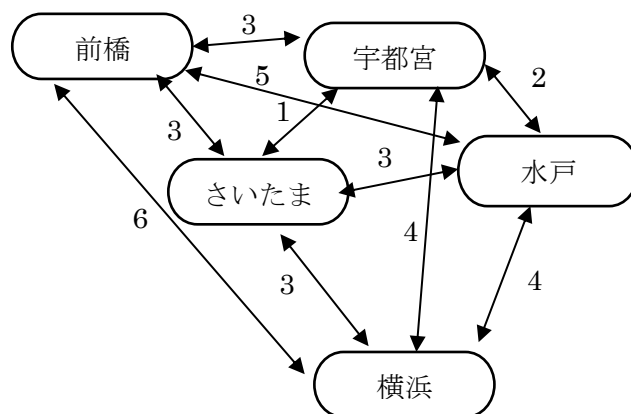


0-1 のいずれかの値をとる変数を用いることで、総便益および総費用をあらわすことができた。

【発展問題】 研究室配置問題は、配置されること 1、配置されないことを 0 で表した。希望度の合計は、=SUMPRODUCT(B2:F26,I2:M26)として求められる。



【問題】 ある会社の営業セールスマンは、関東地区の県庁所在地にある5か所の得意先を、1日であいさつ回りしなくてはならない。下の表は得意先間どうしの移動にかかる時間である。このとき、どのような順に回れば、効率よく回れるかであろうか？



(ヒント) 都市間の経路を、通った場合は1、通らない場合は0という変数であらわす。たとえば、右の図のような場合は、水戸から前橋への経路を通ったということである。

	水戸	前橋
水戸		1

すべての得意先を1回ずつ回るので、ある都市から次に向かう都市は1つだけである。下図のようにあらわした場合、どのような制約があるだろうか？まず言葉であらわし、式で表してみよう。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	移動時間					(単位: 時間)		
2		水戸	前橋	宇都宮	さいたま	横浜		
3	水戸		0	5	2	3	4	
4	前橋		5	0	3	3	6	
5	宇都宮		2	3	0	1	4	
6	さいたま		3	3	1	0	3	
7	横浜		4	6	4	3	0	
8								
9	移動経路							
10		水戸	前橋	宇都宮	さいたま	横浜	出発	
11	水戸							0
12	前橋							0
13	宇都宮							0
14	さいたま							0
15	横浜							0
16	到着		0	0	0	0	0	0
17								
18	総移動時間		0					
19								

ここに 0-1 のいずれかの値が記入されるようにする。

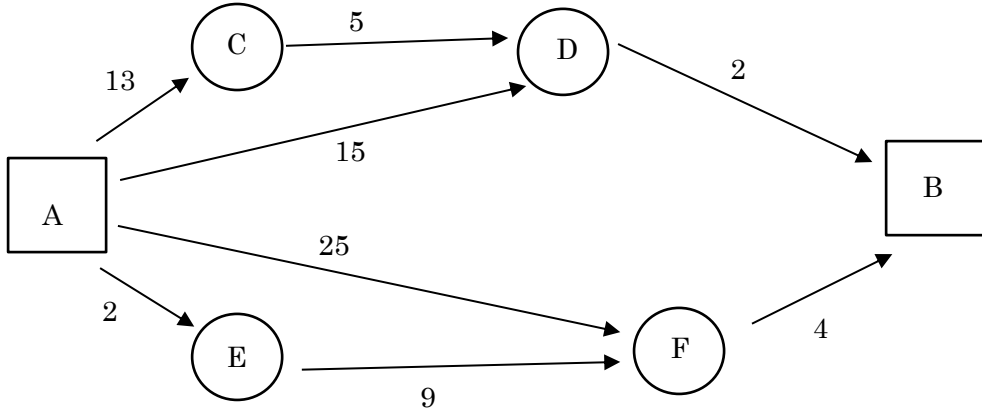
※ 総移動時間は=SUMPRODUCT(B3:F7,B11:F15) とすれば、求められる。

制約条件(言葉で)	数式

最短経路は _____ → _____ → _____ → _____ である。

<動的計画法(1) -最短経路問題->





【問題】 A から B までの最短経路を求めよ。矢印の横に書いてあるのは所要時間、矢印の向きにしか行けないものとする。



動的計画法で、A から B までの最短経路を考えるには、すべての経路を考えて、その最短なものを求めていく。具体的には、中間の地点から、その先のすべての経路の中で最短なものを求めていくやり方で、後ろから前に順次考えていく。

しかし、今回この問題は、動的計画法ではなく、線形計画法で定式化し、求めることができる。

A から B までの最短経路を考えるとき、

- ・ 経路上にある中間点は、
 $\xrightarrow{\quad\text{本}}$  $\xrightarrow{\quad\text{本}}$
 - ・ 経路上にない中間点は、
 $\xrightarrow{\quad\text{本}}$  $\xrightarrow{\quad\text{本}}$
 - ・ 始点は、
 $\xrightarrow{\quad\text{本}}$  $\xrightarrow{\quad\text{本}}$
 - ・ 終点は、
 $\xrightarrow{\quad\text{本}}$  $\xrightarrow{\quad\text{本}}$
- } 入る本数と出る本数が _____
- } 出る本数が _____
- } 入る本数が _____

※ 前回の巡回セールスマン問題は、すべての地点を 1 回ずつ経由するという条件があったが、今回は経由しない地点もあり、始点と終点がある。

📖 手順

- ① 右図のようにA1:C3セルに、始点にA、終点にBと記述する。D6:D13に、通る経路は1、通らない経路は0という解を求めることになる。総所要時間はsumproduct関数を用いて記述することができる。(考えてみよ！)

	A	B	C	D
1	始点	終点	総所要時間	
2	A	B		
3				
4				
5	出発点	到着点	所要時間	経路
6	A	C	13	
7	A	D	15	
8	A	E	2	
9	A	F	25	
10	C	D	5	
11	D	B	2	
12	E	F	9	
13	F	B	4	
14				

- ② F列にAからFまで、各点の記号を記述し、G列に各点の(入る本数-出る本数)を計算していく。F6:F11にA~Fと記述されていれば
- $$=SUMIF(\$A\$6:\$A\$13,F6,\$D\$6:\$D\$13) - SUMIF(\$B\$6:\$B\$13,F6,\$D\$6:\$D\$13)$$
- とすることで、本数の差が求まる。

	F	G	H
5		入る本数-出る本数	点の情報
6	A		
7	B		
8	C		
9	D		
10	E		
11	F		

- ③ H列に、各点が始点、終点、中間点のいずれであるかを数式で表現する。H6セルに
- $$=IF(F6=\$A\$2,1,IF(F6=\$B\$2,-1,0))$$
- と記述し、H7:H11にコピーすればよい。

- ④ 右のようにソルバーのパラメーターを記述し、解決すればよい。

ソルバーのパラメーター

目的セルの設定:(I)

目標値: 最大値(M) 最小値(N) 指定値:(V)

変数セルの変更:(B)

制約条件の対象:(U)

最短経路は A → _____ → B であり、所要時間は _____ 時間である。