

＜第 4 回 線形計画法(4) –ナップザック問題–＞

【問題】海梨市では市制 10 周年行事としていくつかの企画をおこなうため、予算 2000 万円を計上している。現在 10 の独立な企画 A～J が候補にあがっており、それらの費用と便益が表のように与えられているが、予算の都合上、すべての企画を遂行することができない。総便益が最大になるようにするためには、どの企画を採用すべきだろうか？

企画	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
便益(100万円)	4	5	3	6	13	23	11	7	15	9
費用(100万円)	3	4	2	5	10	15	6	4	13	7

定式化して、Excel を用いて解いてみよう

企画 k を採用する場合に 1、採用しない場合に 0 をとる変数 x_k を導入すると、総便益は採用する企画の便益の和となるので、

と表せる。一方、総費用は採用する企画の費用の和となるので、

と表わすことができ、これが _____ (100 万円) [以上 ・ 以下] となればよい。これらをまとめると、以下のように定式化できる。

※ この問題は、「ナップザック問題」といわれるものである。ナップザックの中に入れていきたいものが複数あるが、容量が決まっていて、全部は持っていけないときに、最適な組み合わせを選択する。

📖 手順

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	企画	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J				
2	便益	4	5	3	6	13	23	11	7	15	9		総便益	0	
3	費用	3	4	2	5	10	15	6	4	13	7		総費用	0	
4	採否														
5															
6															
7															

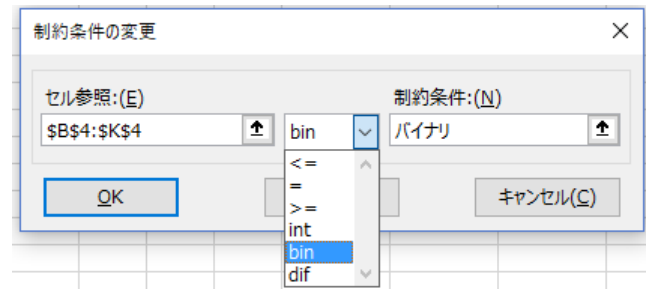
- ① A1:K3セルに、前ページのよう

な形で便益と費用の表を書き、4列にそれぞれの企画の採否を記入する欄を作る。

- ② N2に総便益を求める。 $=\text{SUMPRODUCT}(B2:K2,B4:K4)$ とすれば、採用された企画の便益の合計(すなわち総便益)が求められる。

- ③ N3に総費用を求める。 $=\text{SUMPRODUCT}(B3:K3,B4:K4)$ とすれば、採用された企画の費用の合計(すなわち総費用)が求められる。

- ④ N2にマウスを置いた状態でソルバーを用いて、総便益を最大化する企画の組み合わせを求める。このとき、制約条件として、採否は0-1の変数となることを入れるが、それは右図のようにする。



この条件で採用される企画は、企画_____である。

※ 応用

N4に採用された企画数を求める($=\text{SUM}(B4:K4)$ で求まる)。採用される企画数について、何らかの条件をつける(最大4つまで、最低2つ… など)ことが可能である。採用される企画数にいろいろと条件をつけたときの解を求めてみよう。

採用される企画数を4つ以上とした場合、採用される企画は、企画_____である。

また、予算を2500万円に増額し、採用される企画数を4つ以上とした場合に、採用される企画は、企画_____である。

[発展問題] 講義用 HP に「研究室配置問題」があるが、これはナップザック問題の応用である。チャレンジしてみよう。