

<第 11 回 ゲーム理論>

チェスや将棋などのボードゲームをおこなうときには、常に対戦相手の「手」を先読みします。相手がどのように出てくるのかを考えながら、自分の有利になる作戦を練ることがゲーム理論です。

ゲーム理論は、会社間の競争、政党間の関係、家事の分担などに加え、生物の進化や機械制御などにも応用されています。

ゲーム理論では、「競争」と「協調」の折り合い点のを見つけ方がカギとなるでしょう。

**【問題 1】** ○×海岸には、毎年夏になると道路沿いに、「ぐるぐるアイス」のワゴン車が出現し、1 カップ 300 円で販売しています。ところが今年には新参者の「ロバアイス」が参入してきました。「ロバアイス」はアイスの値段を、「ぐるぐるアイス」と同じく 1 カップ 300 円にするか、1 カップ 240 円にするか迷っています。この 2 社の競争はどうなるでしょうか。

ぐるぐるアイスとロバアイスの売り上げ(万円)

		ロバアイス	
		300円	240円
ぐるぐるアイス	300円	(4,4)	(1,10)
	240円	(10,1)	(5,5)

このような行列を**利得行列**という。各セルには 2 つの成分が入っているが、第 1 成分がぐるぐるアイス、第 2 成分がロバアイスの売り上げである。ぐるぐるアイスが 300 円、ロバアイスが 240 円に価格を設定した場合、ぐるぐるアイスは 1 万円、ロバアイスは 10 万円の売り上げとなることを表している。

この場合、両社ともに 240 円に値下げする方がよい。この解を**ナッシュ均衡**という。

📖 手順

- ① 右図のように利得行列を記述する。ぐるぐるアイスの売り上げと、ロバアイスの売り上げをそれぞれ別のセルに記述する。

	A	B	C	D	E	F
1	問題1		ロバアイス			
2			300円	240円		
3	ぐるぐるア	300円	4	4	1	10
4	イス	240円	10	1	5	5

- ② 今回の場合、売り上げは多い方が良いので、G3 セルに  $=MAX(D3,F3)$  と記述する。これは、ぐるぐるアイスが 300 円の時、ロバアイスは 300 円のまま 240 円に値下げしたときに、どちらが売り上げが多いかを求めたものである。同様に、G4 セルには  $=MAX(D4,F4)$  と記述する。
- ③ C5 セルに  $=MAX(C3,C4)$  と記述する。これは、ロバアイスが 300 円の時、ぐるぐるアイスは 300 円のまま 240 円に値下げしたときに、どちらが売り上げが多いかを求めたものである。同様に、E5 セルには  $=MAX(E3,E4)$  と記述する。

- ④ 売り上げの多い方のセルを強調していく。ぐるぐるアイスが 300 円のときのロバアイスの売り上げは、D3 と F3 を選択して、「条件付き書式」－「セルの強調ルール」－「指定の値に等しい」を選択し、G3セルに等しいものを強調する。他のセルも同様に強調ルールを適用していく。
- ⑤ この結果は、下図のようになる。隣り合うセルが強調されたところがナッシュ均衡である。

	A	B	C	D	E	F	G
1	問題1		ロバアイス				
2			300円		240円		MAX
3	ぐるぐるア	300円	4	4	1	10	10
4	イス	240円	10	1	5	5	5
5		MAX	10		5		

<囚人のジレンマ> 事件を起こした 2 人の容疑者 A,B が逮捕され、別々に取り調べを受けることになりました。警察は 2 人に対し、「黙秘」と「自白」の 2 つの選択があり、さらに次のような懲役刑があると伝えました。

- ・もし 2 人とも黙秘すれば、2 人とも 3 年の刑をうける。
- ・2 人とも自白すれば、7 年の刑をうける。
- ・1 人だけが自白すれば、自白した人は保釈し、自白しなかった方は 10 年の刑をうける。

お互いに相談することはできず、相手のとる行動もわかりません。2 人ともできるだけ刑期を短くしたいと考えていますが、どのような行動をとるのが合理的でしょうか。

		囚人B	
		黙秘	自白
囚人A	黙秘	(3,3)	(10,0)
	自白	(0,10)	(7,7)

※ ナッシュ均衡が最も望ましい状態ではない。

**【問題 2】** 携帯電話の回線事業を行う A 社と B 社では、回線の品質向上ないしは回線使用料の値下げを検討しています。各社が回線の品質向上、ないしは回線使用料の値下げを行った場合の、次期の利益増加見込みが下の表のようになっています。

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40,45)	(30,50)
	料金値下げ	(50,35)	(20,25)

※ ナッシュ均衡は 2 つあります。

## 📖 手順

**【問題 1】** の手順を参考に考えてみよう！

**【問題3】【問題2】**と同じ状況ですが、品質向上と料金値下げによる次期の利益増加見込みが次のように変化した場合、どうなるでしょうか。

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(25,35)	(40,20)
	料金値下げ	(30,20)	(20,40)

※ ナッシュ均衡解は見つからない。 → 確率的な戦略の選択(混合戦略)の導入

- ・ A社が確率 $p$ で品質向上,  $1-p$ で料金値下げを選択
- ・ B社が確率 $q$ で品質向上,  $1-q$ で料金値下げを選択

このとき、A社の期待利得 $u_A$ は

$$u_A = 25pq + 40p(1-q) + 30q(1-p) + 20(1-p)(1-q)$$

$$= (-25q + 20)p + 10q + 20$$

となる。一方、B社の期待利得 $u_B$ は

$$u_B = 35pq + 20p(1-q) + 20q(1-p) + 40(1-p)(1-q)$$

$$= (35p - 20)q - 20p + 40$$

となる。この $u_A, u_B$ をともに最大にする $p, q$ を求めていきます。

#### 📖 手順

- ① 下図のようにナッシュ均衡が存在しないので、混合戦略をとる。利得行列を記述する。それぞれの期待効用を求める。

	A	B	C	D	E	F	G
19	問題3		B社				
20			品質向上	料金値下げ			MAX
21	A社	品質向上	25	35	40	20	35
22		料金値下げ	30	20	20	40	40
23		MAX	30		40		
24							
25			A社が品質向上 を選ぶ確率	B社が品質向上 を選ぶ確率			
26							
27		A社が品質向上を選 択したときのA社の期 待効用	=C21*\$E\$26+E 21*(1-\$E\$26)				
28		A社が料金値下げを選 択したときのA社の期 待効用	=C22*\$E\$26+E 22*(1-\$E\$26)				
29		A社の期待効用の差	=C27-C28				
30		B社が品質向上を選 択したときのB社の期 待効用	=D21*\$C\$26+ D22*(1- \$C\$26)				
31		B社が料金値下げを選 択したときのB社の期 待効用	=F21*\$C\$26+F 22*(1-\$C\$26)				
32		B社の期待効用の差	=C30-C31				

- ② What-If分析の「ゴールシーク」を使って、それぞれの確率を求める。「データ」－「What-If分析」－「ゴールシーク」を選び、

数値入力セル： C29

目標値： 0

変化させるセル： E26

として、A社の期待効用の差を0にする。

- ③ 同様に、「ゴールシーク」で、

数値入力セル： C32

目標値： 0

変化させるセル： C26

として、B社の期待効用の差を0にする。