

数学小テスト(1) 予想問題

2018.5.21 担当：河田

1. 次の連立方程式を解きなさい。

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = -3 \\ 3x + 8y = -11 \end{cases}$$

2. 次の2次方程式を解きなさい。(どのような解法を用いてもよい)

$$\textcircled{1} 2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$\textcircled{2} x^2 - 5x + 3 = 0$$

3. 次の2次関数を最小または最大にする x の値と、最小値または最大値を求めなさい。(どのような解法を用いてもよい)

$$\textcircled{1} y = -x^2 + 2x + 5$$

$$\textcircled{2} y = x^2 + 3x + 2$$

4. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤(π)=売上-総費用と求められる。

ここで、売上は、価格×数量(q)として求められる。

総費用(C)が、数量(q)の関数として、 $C = \frac{2}{3}q^3 - 16q^2 + 140q - 480$ としてあらわされ、この商品の価格が12であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量(q)と、そのときの利潤(π)を求めよ。

数学小テスト(1) 予想問題 解答例

2018.5.21 担当：河田

1. 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \begin{cases} 3x - 2y = -7 \quad \dots \textcircled{1} \\ x + 3y = 2 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases} & \textcircled{2} \Leftrightarrow x = -3y + 2 \quad \dots \textcircled{2}' \\ & & \textcircled{1} \text{ に代入して} \\ & & 3(-3y + 2) - 2y = -7 \\ & & -9y + 6 - 2y = -7 \\ & & -11y = -13 \\ & & y = \frac{13}{11} \\ \textcircled{2} \quad & \begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = -3 \quad \dots \textcircled{1} \\ 3x + 8y = -11 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases} & \textcircled{2}' \text{ に代入して} \\ & & x = -3 \times \frac{13}{11} + 2 = -\frac{17}{11} \\ & & x = 1, y = -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 4 & \Leftrightarrow 2x + 8y = -12 \quad \dots \textcircled{1}' \\ \textcircled{1}' & \text{ に代入して} \\ \textcircled{1}' - \textcircled{2} & \Leftrightarrow 2x - 3x = -12 - (-11) \\ & -x = -1 \\ & x = 1 \\ 2 \times 1 + 8y & = -12 \\ 8y & = -12 - 2 \\ & = -14 \\ y & = -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

2. 次の2次方程式を解きなさい。(どのような解法を用いてもよい)

① $2x^2 - 8x + 6 = 0$

因数分解すると $2(x-3)(x-1) = 0$ となるので、
この2次方程式の解は $x = 1, 3$ となる。

② $x^2 - 5x + 3 = 0$

解の公式を用いると $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ が、この2次方程式の解となる。

3. 次の2次関数を最小または最大にする x の値と、最小値または最大値を求めなさい。(どのような解法を用いてもよい)

① $y = -x^2 + 2x + 5$

$\frac{dy}{dx} = -2 \cdot x^{2-1} + 1 \cdot 2x^{1-1} = -2x + 2$ よって $x = 1$ のとき、最大値 $y = -1^2 + 2 \cdot 1 + 5 = 6$ をとる。

$\frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow -2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

② $y = x^2 + 3x + 2$

$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot x^{2-1} + 1 \cdot 3x^{1-1} = 2x + 3$ よって $x = -\frac{3}{2}$ のとき、最小値 $y = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = -\frac{1}{4}$

$\frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ をとる。

4. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤(π) = 売上 - 総費用と求められる。

ここで、売上は、価格 \times 数量(q)として求められる。

総費用(C)が、数量(q)の関数として、 $C = \frac{2}{3}q^3 - 16q^2 + 140q - 480$ としてあらわされ、この商品の価格が12であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量(q)と、そのときの利潤(π)を求めよ。

利潤(π) = 売上 - 総費用なので、

$$\begin{aligned} \pi & = 12q - \left(\frac{2}{3}q^3 - 16q^2 + 140q - 480\right) = -\frac{2}{3}q^3 + 16q^2 - 128q + 480 \\ \frac{d\pi}{dq} & = -3 \cdot \frac{2}{3}q^{3-1} + 2 \cdot 16q^{2-1} - 1 \cdot 128q^{1-1} = -2q^2 + 32q - 128 \end{aligned}$$

$\frac{d\pi}{dq} = 0 \Leftrightarrow -2q^2 + 32q - 128 = 0 \Leftrightarrow -2(q-8)^2 = 0 \Leftrightarrow q = 8$

よって $q = 8$ のとき、

極大値 $y = -\frac{2}{3}8^3 + 16 \cdot 8^2 - 128 \cdot 8 + 480 = \frac{416}{3}$ をとる。 この商品は、 $q = 8$ のとき、最大利潤 $\frac{416}{3}$ をとる。

q		8	
$\frac{d\pi}{dq}$	+	0	-
π	↗	$\frac{416}{3}$	↘