数学 補足資料

2018.6.11　担当：河田

練習問題の解答

＜第 7 回 等比数列＞

［練習問題］

4. 以下の各問に答えよ。（電卓使用可）

（1） 年利 1%複利の預金に、4 年後まで毎年 20 万円ずつ預け入れた場合、5 年後に受け取る金額はいくらになるか。

（ヒント　現在預けた 20 万円、1 年後に預けた 20 万円・・・が、それぞれ元金を使った式で、どのように表されるのかを考えると、5 年後に受け取る金額は、等比数列の和になる）

今年預けた預金は、5 年間預けることになる。したがって、受け取る金額は、200000×1.01^5となる。

1 年後に預けた預金は、4 年間預けることになるので、受け取る金額は、200000×1.01^4となる。

4 年後まで毎年 20 万円ずつ預けるので、

$$200000 \times 1.01^5 + 200000 \times 1.01^4 + 200000 \times 1.01^3 + 200000 \times 1.01^2 + 200000 \times 1.01$$

$$= 200000 \times (1.01^5 + 1.01^4 + 1.01^3 + 1.01^2 + 1.01) = 200000 \times \frac{1.01 - 1.01 \times 1.01^5}{1 - 1.01}$$

$$= 200000 \times \frac{1.01 \times (1 - 1.05101)}{-0.01} = 200000 \times \frac{-0.0515201}{-0.01} = 200000 \times 5.15201$$

$$= 1030402$$

1030402 円

（2） 利子率は 1%であるとする。5 年後に満期を迎える額面 100 万円の債券があり、これを現在から 4 年後まで毎年 20 万円ずつ 5 回に分けて購入するとき、購入金額の合計を求めよ。

（ヒント　(1)の考え方を反対に適用すればよい。考えてみよう）

今年購入した債券は、5 年間保有することになる。保有後、受け取る金額は、$200000 \div 1.01^5$となる。

1 年後に購入した債券は、4 年間保有することになるので、受け取る金額は、$200000 \div 1.01^4$となる。

4 年後まで毎年債券を購入し続けるので、

$$200000 \div 1.01^5 + 200000 \div 1.01^4 + 200000 \div 1.01^3 + 200000 \div 1.01^2 + 200000 \div 1.01$$

$$= 200000 \times \frac{(1 + 1.01 + 1.01^2 + 1.01^3 + 1.01^4)}{1.01^5} = 200000 \times \frac{\frac{1 - 1 \times 1.01^5}{1 - 1.01}}{1.01^5}$$

$$= 200000 \times \frac{\frac{-0.051010}{-0.01}}{1.051010} = 200000 \times \frac{5.1010}{1.051010} = 200000 \times 4.853427 = 970685$$

970685 円