

<第3回 2次方程式と2次関数>

[予習問題の確認]

1. 次の2次方程式を因数分解を用いて解きなさい。

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 2x^2 + 2x - 12 = 0$$

2. 次の2次方程式を解の公式を用いて解きなさい。

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 7x - 18 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 4x + 2 = 0$$

※ 2次方程式の解の個数は、常に2個というわけではなく、解が存在しない場合もある。解の公式の√の中の $D = b^2 - 4ac$ (これを判別式という) の正負によって、解の個数が変わる。これは $y = ax^2 + bx + c$ という2次関数が x 軸と交わる交点の数と同じである。

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

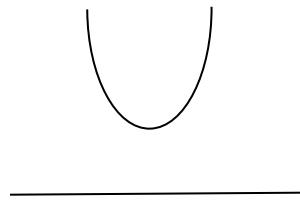
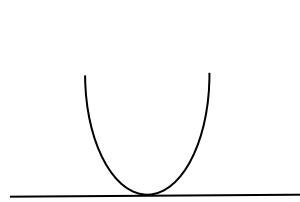
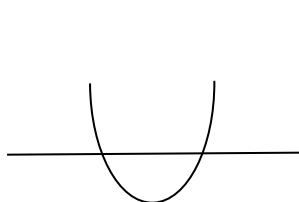
x は2つの実数解をもつ

$$D = b^2 - 4ac = 0$$

x は実数の重解をもつ

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

x は実数解をもたない



・2次関数の描画

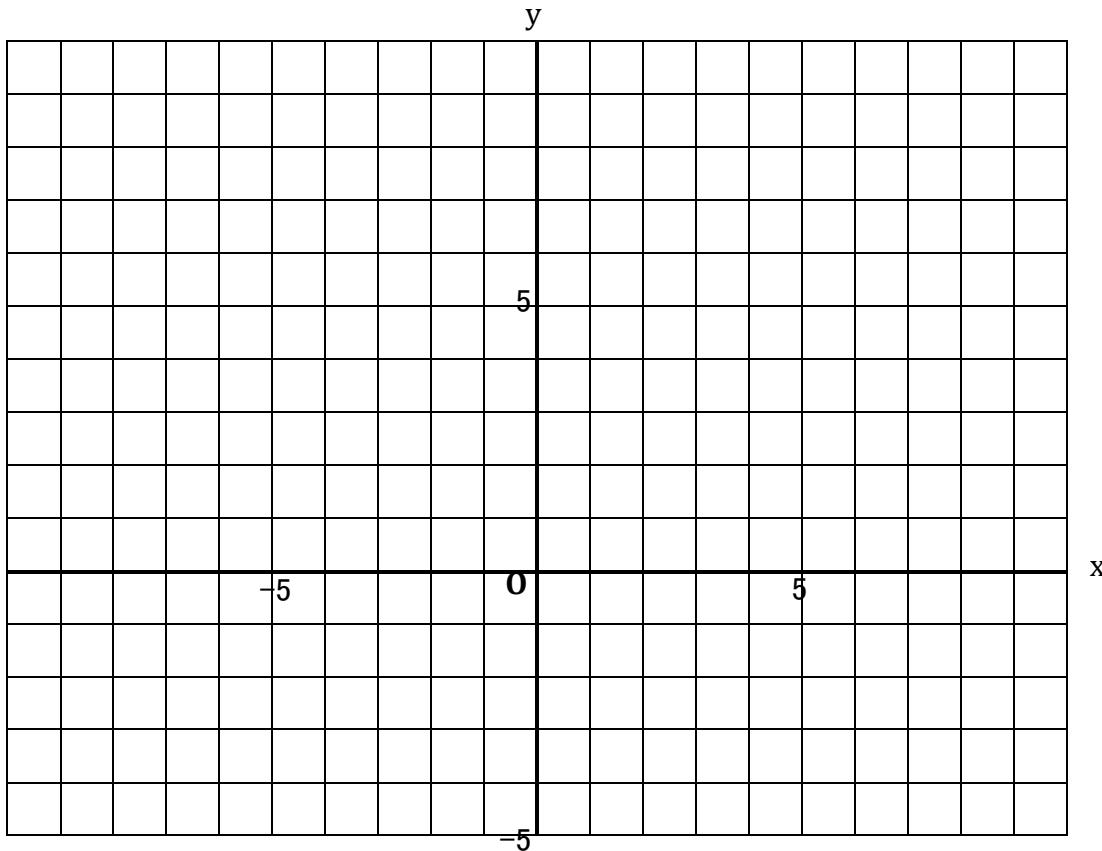
[練習問題]

3. $y = x^2 - 4x + 3$ という2次関数のグラフを描きたい。

① xとyの関係との対応関係を、下の表にまとめよう。

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y							

② 2次関数のグラフを下に描いてみよう。



③ この2次関数がx軸と交わるのは、 $x = \boxed{}$ と $\boxed{}$ のときである。

④ この2次関数が最小になるのは、 $x = \boxed{}$ 、 $y = \boxed{}$ のときである。

・2次関数の最大値・最小値

・平方完成による方法

2次関数の最大値または最小値を求める方法として、平方完成による方法がある。

平方完成とは $y = ax^2 + bx + c$ を $y = a(x + \alpha)^2 + \beta$ のように、変形する方法である。

たとえば、 $y = x^2 - 4x + 3$ という2次関数の最小値を、平方完成によって求めよう。

この数の半分の数がかつこの中にに入る



$$\begin{aligned}y &= x^2 - 4x + 3 \\&= (x - 2)^2 - 1\end{aligned}$$



カッコを展開したものと、この数の和が元の定数項に等しくなるように

この2次関数は $x = 2$ において、最小値-1をとる。

〔練習問題〕

4. 次の2次関数を最小または最大にする x の値と、最小値または最大値を求めなさい。

① $y = x^2 - 2x + 8$

② $y = x^2 + 6x + 9$

③ $y = x^2 - 3x + 5$

④ $y = -2x^2 - 4x - 8$

5. 企業の生産するある商品の利潤(もうけ)を考えると、利潤(π)=売上-総費用と求められる。

ここで、売上は、価格×数量(q)として求められる。

総費用(C)が、数量(q)の関数として、 $C = q^2 + 2q + 1$ としてあらわされ、この商品の価格が6であるとき、この商品の利潤を最大にする生産量(q)と、そのときの利潤(π)を求めよ。