計量経済学　補足資料

2018.5.16　担当：河田

＜2 次関数の最大最小＞

・2 次関数の最大値・最小値

・平方完成による方法

2 次関数の最大値または最小値を求める方法として、平方完成による方法がある。

平方完成とは$\mathrm{y} = ax^2 + bx + c$を$\mathrm{y} = a(x+\alpha)^2 + \beta$のように、変形する方法である。

たとえば、$\mathrm{y} = x^2 - 4x + 3$ という 2 次関数の最小値を、平方完成によって求めよう。

この数の半分の数がかっこの中に入る

↓

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x-2)^2 - 1 \end{aligned}$$

↑

カッコを展開したものと、この数の和が元の定数項に等しくなるように

この 2 次関数は$x = 2$において、最小値-1 をとる。

［練習問題］

1. 次の 2 次関数を最小または最大にするxの値と、最小値または最大値を求めなさい。

① $y = x^2 - 2x + 7$

② $y = x^2 + 6x + 9$

③ $y = x^2 - 3x + 4$

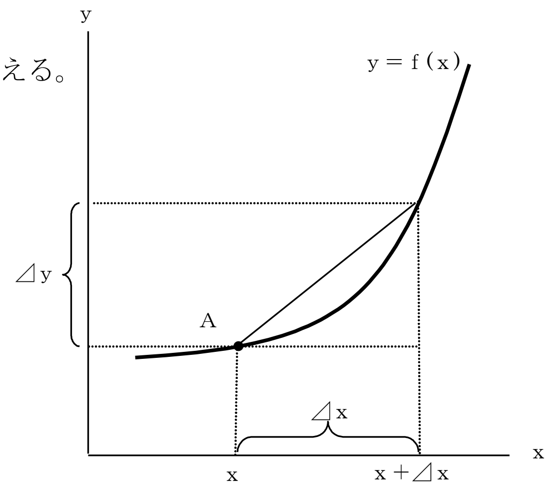
④ $y = -2x^2 - 8x - 6$

・微分

関数$y = f(x)$について、点Ａでのこの関数の曲線の傾き$\frac{\Delta y}{\Delta x}$を考える。

Δxを限りなくゼロに近づけた時の$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ のことを、y の x による微分という。これは、点Ａにおける接線の傾きである。

y の x による微分は、$\frac{dy}{dx}, y'$ などと表される。



・微分の計算方法

「肩を前に出して、肩を１つ下げる」

・$y = 2x^3$ のとき、$\frac{dy}{dx} = 3 \cdot 2x^{3-1} = 6x^2$

・$y = 5x^2 + 2x + 9$ のとき、$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot 5x^{2-1} + 1 \cdot 2x^{1-1} = 10x + 2$

［練習問題］

2. 以下の各式について、y を x で微分せよ。

① $y = 3x^2 + 5x + 2$

② $y = 4x^3 + 2x^2 + 6$

③ $y = 6x^4 - 2x^3 + 5x + 7$

④ $y = x^2 - 4x + 1$

・2 次関数の最大値・最小値

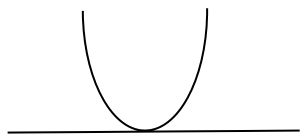
・微分による方法

2 次関数の最大値または最小値を求める方法として、微分による方法もある。

2 次関数が最大値または最小値をとるとき、右図のようにその接線は x 軸に平行な直線となる。このような直線の**傾きは 0** である。すなわち、2 次関数を微分した式に、最大値または最小値をとるときの x を代入すると、その値は 0 となる。

たとえば、$y = x^2 - 4x + 3$ という 2 次関数の最小値を、微分によって求めよう。

2 次関数が最大または最小となるのは、このようなときである。



$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot x^{2-1} - 4x^{1-1} = 2x - 4$ であるので、$2x - 4 = 0$のとき、この 2 次関数は最小となる。

（最小か最大かは x の 2 乗の項の符号で判断できる）

すなわち、この 2 次関数は$x = 2$のとき、最小となり、最小値は$y = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$である。

［練習問題］

3. 次の 2 次関数を最小または最大にするxの値と、最小値または最大値を微分を用いて求めなさい。

① $y = x^2 - 2x + 7$

② $y = x^2 + 6x + 9$

③ $y = x^2 - 3x + 4$

④ $y = -2x^2 - 8x - 6$