

<合成関数の微分・偏微分>

・合成関数の微分

$y = (2x + 3)^5$ のような関数の微分を考える。この関数は展開してから微分することも可能であるが、それでは計算が面倒である。そこで、合成関数の微分という方法を用いる。

合成関数の微分は「カッコをひとまとまりとして微分し、カッコ内の微分をかける」という計算になる。

$$\cdot y = (2x + 3)^5 \text{のとき、} \frac{dy}{dx} = 5(2x + 3)^{5-1} \times 2 = 10(2x + 3)^4$$

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \uparrow \\ & (2x + 3) \text{をひと} & (2x + 3) \text{の微分} \\ & \text{まとまりとして微分} & \end{array}$$

[練習問題]

1. 以下の各式について、 y を x で微分せよ。

① $y = (2x + 3)^3$

② $y = (3x^2 + 5x + 5)^4$

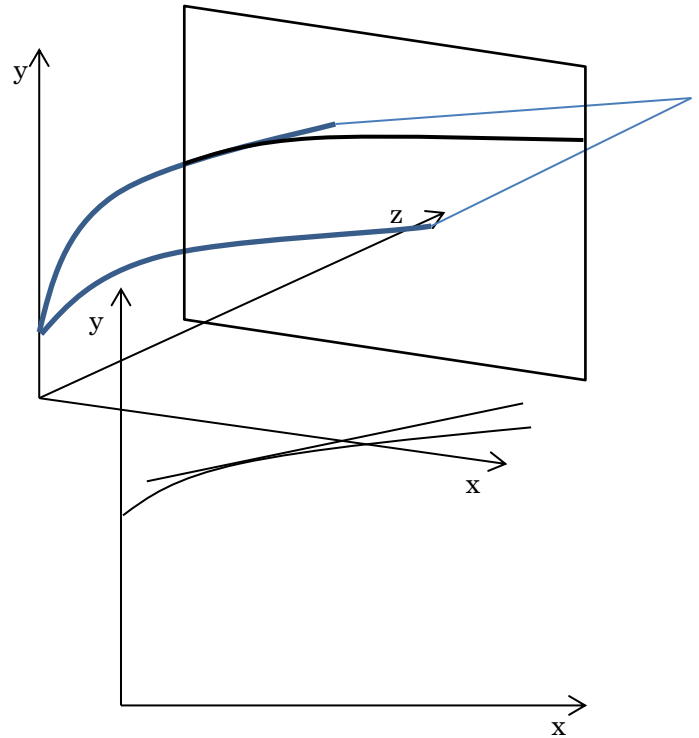
③ $y = (ax^2 + bx + c)^5$

・偏微分とその計算方法

偏微分は、変数が3つ以上の式において、他の変数は変化しないと考える(定数とみなして)おこなう微分である。

右図のように y が x と z の関数となっていたとする。

このとき、 y を x で偏微分することは、この関数を x 軸に平行な直線で切り取り、その断面の関数(右下図)を微分することである。



たとえば、 $y = 5x^2z^4$ を x で偏微分すると、

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 2 \cdot 5x^{2-1}z^4 = 10xz^4$$

となる。

また、この y は z でも偏微分することができ、

$$\frac{\partial y}{\partial z} = 4 \cdot 5x^2z^{4-1} = 20x^2z^3$$

となる。

[練習問題]

2. 以下の各式について、 y を x と z でそれぞれ偏微分せよ。

① $y = 3x^4z^2$

② $y = 2x^2z + 4x + 5z$

③ $y = (2x^3 + 3z^2)^3$