

<第7回 等比数列>

[新しい概念]

・割引現在価値

金利が1%であったとする。このとき1万円預金すると、1年後に受け取る金額は、

$$10000 \times (1 + 0.01) = 10100 \text{ 円となる。}$$

もし反対に、1年後に1万円を受け取れる債券があったなら、この債券を現在購入する価格は、

$$10000 \div (1 + 0.01) \approx 9901 \text{ 円となる。}$$

この金額は、現時点でのこの債券の価値であり、**割引現在価値**といわれる。

[やってみよう]

(1) 年利1%複利の預金に、現在1万円を預け入れた場合、5年後に受け取る金額はいくらになるかを考えてみよう。

1) まず、1年後に受け取る金額を考えよう。

$$1 \text{ 年後には、} \boxed{\text{①}} \text{ (円)} \times (1 + \boxed{\text{②}}) = \boxed{\text{③}} \text{ (円) 受け取ることができる。}$$

↑
↑
↑
元金
利率
もらえる金額

2) 次に2年後に受け取る金額を考えると、1年後にももらえる金額をはじめに考えると

$$2 \text{ 年後には、} \boxed{\text{③}} \text{ (円)} \times (1 + \boxed{\text{②}}) = \boxed{\text{④}} \text{ (円) 受け取ることができる。}$$

↑
↑
↑
1年後にももらえる金額
利率
2年後にももらえる金額

この式を元金をスタートして考えると、

$$2 \text{ 年後は、} \boxed{\text{①}} \text{ (円)} \times (1 + \boxed{\text{②}}) \times (1 + \boxed{\text{②}}) = \boxed{\text{④}} \text{ (円) 。}$$

↑
↑
↑
↑
元金
利率
利率
もらえる金額

すなわち、 $\boxed{\text{①}} \text{ (円)} \times (1 + \boxed{\text{②}})^2$ としてあらわすことができる。

3) よって、5年後に受け取る金額を、元金をスタートとして考えると

$$5 \text{ 年後には、} \boxed{\text{③}} \text{ (円)} \times (1 + \boxed{\text{②}})^5 = \boxed{\text{⑤}} \text{ (円) 受け取ることができる。}$$

↑
↑
↑
元金
利率
5年後にももらえる金額

(2) 利子率は 1% であるとする。5 年後に満期を迎える額面 1 万円の債券を現在購入する場合の価格を考えよう。

これは(1)で考えたことの反対を考えればよく、現在購入する金額をスタートとして考えると

$$5 \text{ 年後には、} \boxed{\text{⑥}} \text{ (円)} \times (1 + \boxed{\text{②}})^5 = 10000 \text{ (円)} \text{ 受け取ることができる。}$$

↑
元金

↑
利率

この $\boxed{\text{⑥}}$ は、 $10000 \div (1 + \boxed{\text{②}})^5$ として、求めることができる。計算して求めてみよう。

【練習問題】

1. 以下の各問に答えよ。(電卓使用可)

(1) 年利 1% 複利の預金に、4 年後まで毎年 20 万円ずつ預け入れた場合、5 年後に受け取る金額はいくらになるか。

(ヒント 現在預けた 20 万円、1 年後に預けた 20 万円・・・が、それぞれ元金を使った式で、どのように表されるのかを考えると、5 年後に受け取る金額は、等比数列の和になる)

(2) 利子率は 1% であるとする。5 年後に満期を迎える額面 100 万円の債券があり、これを現在から 4 年後まで毎年 20 万円ずつ 5 回に分けて購入するとき、購入金額の合計を求めよ。

(ヒント (1)の考え方を反対に適用すればよい。考えてみよう)