

数学 第5回 予習資料

担当：河田

－ 微分の計算(その2) －

※ このプリントの説明を見ながら練習問題を解き、2016年5月9日の講義に持参すること

※ その際に、講義用ホームページ(<http://www2.tokuyama-u.ac.jp/kawada>)にある、予習動画も参考になる。予習動画は、第5回のところにある。

微分の計算方法は、次のようなものであった。

「肩を前に出して、肩を1つ下げる」

$$\cdot y = 2x^3 \text{ のとき、} \frac{dy}{dx} = 3 \cdot 2x^{3-1} = 6x^2$$

$$\cdot y = 5x^2 + 2x + 9 \text{ のとき、} \frac{dy}{dx} = 2 \cdot 5x^{2-1} + 1 \cdot 2x^{1-1} = 10x + 2$$

・ 整数でない累乗の微分

整数でない累乗の微分を、考えよう。たとえば $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ を x で微分することを考えよう。

$$\cdot y = x^{\frac{1}{2}} \text{ のとき、} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x^{-1} = \frac{1}{x} \text{ なの} \text{ で } x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}})$$

$$\cdot y = 2x^{0.8} \text{ のとき、} \frac{dy}{dx} = 0.8 \cdot 2x^{0.8-1} = 1.6x^{-0.2}$$

【練習問題】

1. 以下の各式について、 y を x で微分せよ。

① $y = 3x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{5}}$

② $y = 2x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{3}}$

③ $y = 2x^{1.2} + 4x^{0.4}$

④ $y = 2x^{1.5} + 3x^{0.3}$

・合成関数の微分

$y = (2x + 3)^5$ のような関数の微分を考える。この関数は展開してから微分することも可能であるが、それでは計算が面倒である。そこで、合成関数の微分という方法を用いる。

合成関数の微分は「カッコをひとまとまりとして微分し、カッコ内の微分をかける」という計算になる。

$$\begin{array}{ccccccc} \cdot y = (2x + 3)^5 \text{のとき、} & \frac{dy}{dx} = & 5(2x + 3)^{5-1} & \times & 2 & = & 10(2x + 3)^4 \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & & (2x + 3) \text{をひと} & & (2x + 3) \text{の微分} & & \\ & & \text{まとまりとして微分} & & & & \end{array}$$

[練習問題]

2. 以下の各式について、 y を x で微分せよ。

① $y = (3x + 2)^4$

② $y = (2x + 5)^3$

③ $y = (2x^2 + 4x + 5)^4$

④ $y = (3x^2 + 2x + 5)^5$