

数学 第3回 予習資料

担当：河田

－ 2次方程式と2次関数 －

※ このプリントの説明を見ながら練習問題を解き、2016年4月25日の講義に持参すること

※ その際に、講義用ホームページ(<http://www2.tokuyama-u.ac.jp/kawada>)にある、予習動画も参考になる。予習動画は、第3回のところにある。

・ 2次方程式の解と2次関数

⇒ $ax^2 + bx + c = 0$ という2次方程式がある。この方程式を満たす解の求め方には、因数分解による方法と解の公式を用いる方法の2通りの方法がある。

・ 因数分解による方法

因数分解とは、2次方程式を $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ という形に変形することである。この時、 $x = \alpha$ または $x = \beta$ であれば、片方のかっこの中が0になるので、 $x = \alpha$ または $x = \beta$ が、この方程式の解である。

また、 $2x^2 - 8x + 6 = 0$ のように、 x^2 の係数が1でなければ、 $2(x^2 - 4x + 3) = 0$ のように、全体をその係数でくくり、カッコ内を因数分解する。

たとえば、 $x^2 - 5x + 6 = 0$ という2次方程式を因数分解によって解くことを考えよう。

$$\begin{array}{ccc} 2+3=5 \text{ である} & & 2 \times 3=6 \text{ である} \\ \downarrow & & \downarrow \\ x^2 - 5x + 6 & = & 0 \\ (x - 2)(x - 3) & = & 0 \end{array}$$

和が x の1次の項の係数、積が定数項になるようなものを探す。

この方程式の解は $x = 2, 3$ ($x = 2$ または $x = 3$ の意味) である。

[練習問題]

1. 次の2次方程式を因数分解を用いて解きなさい。

① $x^2 - 6x + 8 = 0$

② $x^2 - 4x + 4 = 0$

③ $x^2 - x - 6 = 0$

④ $2x^2 - 10x + 8 = 0$

・ 解の公式を用いる方法

解の公式とは、2次方程式の解を求める公式である。因数分解によって解を求めることが簡単はない場合でも、この公式を用いれば解が求まる。それは

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

というものである。先ほどの、 $x^2 - 5x + 6 = 0$ は、解の公式を用いても解くことができ、

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \frac{4}{2}, \frac{6}{2} = 2, 3$$

となる。

[練習問題]

2. 次の2次方程式を解の公式を用いて解きなさい。

① $x^2 + 2x - 8 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 - 5x - 14 = 0$

④ $2x^2 - 6x - 8 = 0$