

学籍 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

数学 第13回 予習資料

担当：河田

－ 場合の数 －

※ このプリントの説明を見ながら練習問題を解き、2016年7月4日の講義に持参すること

※ その際に、講義用ホームページ(<http://www2.tokuyama-u.ac.jp/kawada>)にある、予習動画も参考になる。予習動画は、第13回のところにある。

[基礎事項のチェック]

・順列

(例) 5人の中から委員長、副委員長の2人の委員を選ぶ選び方が何通りあるか考えよう。

①②③④⑤

の5人の中から最初に委員長を1人選ぶ選び方は5通りである。

委員長に①を選んだとすると、副委員長は②③④⑤の中から1人選ぶことになるので、4通りである。

よって、選び方は $5 \times 4 = 20$ 通りとなる。一般に、 n 個の中から x 個を順番に選びだした場合の数を順列といい、 ${}_n P_x$ とあらわすことができる。

$${}_n P_x = \frac{n!}{(n-x)!} = \underbrace{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-x+1)}_{x \text{ 個}}$$

・組み合わせ

(例) 上の例において、委員長、副委員長など関係なく、2人の委員を選ぶ選び方が何通りあるか考えよう。

①②③④⑤

の5人の中から最初に委員を1人選ぶ選び方は5通りである。

1人目の委員に①を選んだとすると、もう1人の委員は②③④⑤の中から1人選ぶことになるので、4通りである。

よって、選び方は $5 \times 4 = 20$ 通りとなるが、ここでは、1人目に①、2人目に③を選んだ場合と、1人目に③、2人目に①を選んだ場合が別々にカウントされている。すなわち、全部の組み合わせについて、ダブリが1つずつある。一般に、 n 個の中から x 個を順番を気にせず選びだした場合の数を組み合わせといい、 ${}_n C_x$ とあらわすことができる。

$$\begin{aligned} {}_n C_x &= \frac{n!}{x!(n-x)!} = \frac{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-x+1) \times (n-x) \times \cdots \times 2 \times 1}{x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1 \times (n-x) \times \cdots \times 2 \times 1} \\ &= \frac{\underbrace{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-x+1)}_{x \text{ 個}}}{\underbrace{x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1}_{x \text{ 個}}} \end{aligned}$$

[練習問題]

1. 次の値を求めよ。(予習動画「順列」「組み合わせ」も参照のこと)

① ${}_5P_2 =$

② ${}_7P_3 =$

③ ${}_{100}P_1 =$

④ ${}_6C_2 =$

⑤ ${}_{10}C_3 =$

⑥ ${}_5C_1 =$

2. 祖父、祖母、父、母、兄、妹の6人家族がいる。

(1) 6人家族が1列に並んで写真を撮るとき、並び方は何通りか。(予習動画「順列」も参照のこと)

(2) 6人家族が円卓に座って食事をするとき、並び方は何通りか。(予習動画「円順列」も参照のこと)

3. 8種類のケーキから2種類を選ぶとき、選び方は何通りか。(予習動画「組み合わせ」も参照のこと)