数学　配布資料

2015.6.1　担当：河田

＜第 7 回　等比数列＞

［基礎事項のチェック］

・等比数列

　　2, 4, 8, 16, 32, 64, …

　という数字の並びは、前の数字を 2 倍ずつしていったものである。このように、一定倍ずつしていった数の並びのことを、**等比数列**という。このとき、最初の項(初項という)を a、何倍ずつか(公比という)を r であらわすと、次のように表すことができる。

　　$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots$

　上の数列では、初項 a=2、公比 r=2 である。

・等比数列の和

　等比数列の和をもとめてみよう。等比数列の和を A とおくと、

　　$\mathrm{A} = \mathrm{a} + \mathrm{ar} + \mathrm{ar}^2 + \mathrm{ar}^3 + \cdots$　となる。

　これを r 倍すると、

　　$\mathrm{rA} = \mathrm{ar} + \mathrm{ar}^2 + \mathrm{ar}^3 + \mathrm{ar}^4 + \cdots$　となり、その差は

　$(1-r)\mathrm{A} = \mathrm{a} - \mathrm{ar}^n$　となるので、

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{a} - \mathrm{ar}^n}{1-r}$$

　である。

［練習問題］

1. 以下の数列の初項と公比を求めよ。

（1）1, 3, 9, 27, 81, …

（2）$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$

2. 以下の条件に該当する項を求めよ。（電卓使用可）

（1）初項 2、公比 2 の数列の第 6 項

（2）初項 1 、公比 1.01 の数列の第 5 項

3. 以下の数列の和を求めよ。（電卓使用可）

（1）初項１、公比３の数列の第６項までの和

（2）初項１、公比 1.01 の数列の第５項までの和

［新しい概念］

・割引現在価値

金利 1%の債券があったとする。この債券を１万円購入すると、１年後に受け取る金額は、

$10000 \times (1 + 0.01) = 10100$ 円となる。

もし反対に、１年後に１万円を受け取れる債券があったなら、この債券を現在購入する価格は、

$10000 \div (1 + 0.01) \fallingdotseq 9901$ 円となる。

この金額は、現時点でのこの債券の価値であり、**割引現在価値**といわれる。

［練習問題］

4. 以下の各問に答えよ。（電卓使用可）

（1）利子率は 1%であるとする。5 年後に満期を迎える額面 1 万円の債券を現在購入する場合の価格を求めよ。

（2）利子率は 1%であるとする。5 年後に満期を迎える額面 100 万円の債券があり、これを毎年 20 万円ずつ 5 回に分けて購入するとき、購入金額の合計を求めよ。