ミクロ･マクロ経済学演習

冬休みの宿題

2013.12.18　担当：河田

学籍番号

氏名　　　　模　範　解　答

※ 2014 年 1 月 6 日(月)17 時までに、河田研究室(514)まで提出すること。

※ 途中の式や思考過程はそのままにしておくこと。

＜需要の価格弾力性＞

[解法の手順]

① 均衡点における需要の弾力性であれば、需要曲線と供給曲線の連立方程式を解き、均衡点の価格と需要量を求める。

② 需要曲線上で、価格を少し動かした場合の需要量を、需要曲線の代入することで求める。

③ 需要量の変化率を価格の変化率で割り、その絶対値を考えれば需要の価格弾力性となる。

[例題] ある財に対する市場の需要曲線と供給曲線がそれぞれ、

$\mathrm{D} = 1000 - \mathrm{P}$

$\mathrm{S} = 2\mathrm{P} - 200$ （D：需要量、S：供給量、P：価格）

で示されているとします。このとき、均衡点における需要の価格弾力性を求めなさい。

(解) 市場均衡点では D=S が成り立つので、

$1000 - \mathrm{P} = 2\mathrm{P} - 200 \Leftrightarrow 1200 = 3\mathrm{P} \Leftrightarrow \mathrm{P} = 400$

このときの需要量は$\mathrm{D} = 1000 - 400 = 600$となる。

P=500 のときを考えると、需要量は

$\mathrm{D} = 1000 - 500 = 500$ となる。

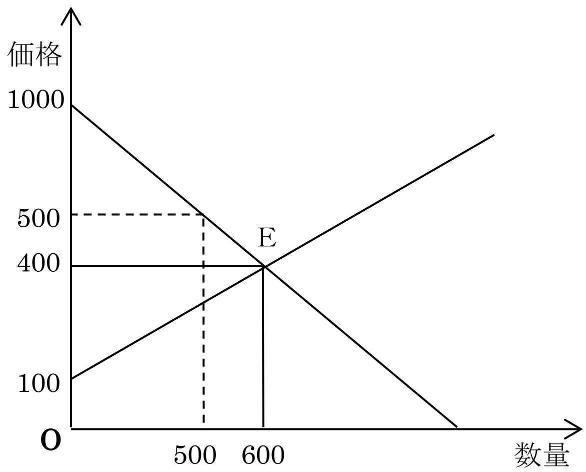
$$価格の変化率 = \frac{500 - 400}{400} = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$$

$$需要量の変化率 = \frac{500 - 600}{600} = \frac{-100}{600} = -\frac{1}{6}$$

よって、需要の価格弾力性は

$$-\left(-\frac{1}{6}\Big/\frac{1}{4}\right) = -\left(-\frac{1}{6} \times 4\right) = -\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

となる。



[問 1] ある財の需要曲線と供給曲線がそれぞれ、

$\mathrm{D} = 16 - \frac{1}{6}\mathrm{P}$

$\mathrm{S} = \frac{5}{2}\mathrm{P}$

で示されるとき、市場均衡点におけるこの財の需要の価格弾力性はいくらになりますか。

（国家Ⅱ種　改）

(解) 市場均衡点では D=S が成り立つので、

$$16 - \frac{1}{6}\mathrm{P} = \frac{5}{2}\mathrm{P} \Leftrightarrow 16 = \frac{5}{2}\mathrm{P} + \frac{1}{6}\mathrm{P} \Leftrightarrow 16 = \frac{16}{6}\mathrm{P} \Leftrightarrow \frac{1}{6}\mathrm{P} = 1 \Leftrightarrow \mathrm{P} = 6$$

このときの需要量は$\mathrm{D} = 16 - \frac{1}{6} \times 6 = 16 - 1 = 15$となる。

P=12 のときを考えると、需要量は$\mathrm{D} = 16 - \frac{1}{6} \times 12 = 16 - 2 = 14$ となる。

$$価格の変化率 = \frac{12 - 6}{6} = \frac{6}{6} = 1 \quad 需要量の変化率 = \frac{14 - 15}{15} = \frac{-1}{15} = -\frac{1}{15}$$

よって、需要の価格弾力性は

$$-\left(-\frac{1}{15}\Big/1\right) = -\left(-\frac{1}{15}\right) = \frac{1}{15}$$

となる。

＜最適消費＞

[解法の手順]

① 効用関数について、U を X,Y でそれぞれ偏微分して限界効用を求め、その比から

$$MRS=\frac{MU_X}{MU_Y}=\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}}$$として、限界代替率を求める。（限界代替率は X と Y の式になる。）

② $MRS=\frac{P_x}{P_Y}$ という関係から、Y と X の関係(Y=〇X)を求める。

③ 予算制約線の式(問題によっては効用関数の式)に②で求めた Y と X の関係を代入して、X の最適消費量を求める。

④ 問題の設定によって、効用関数や予算制約線の式に X の最適消費量を代入し、最終的な解答を求める。

[例題]　X 財と Y 財を消費するある個人の効用関数が、

$$U=x^2y^3$$

で示され、この個人の所得が 100、X 財と Y 財の価格がそれぞれ 5,10 であるとする。このとき、この個人が効用を最大化するときの X 財と Y 財の需要量を求めよ。　　（国Ⅱ改）

(解)　限界代替率を求めるために、U を X と Y とでそれぞれ偏微分する。すると、

$\frac{\partial U}{\partial x}=2\cdot x^{2-1}y^3=2xy^3, \frac{\partial U}{\partial y}=3\cdot x^2y^{3-1}=3x^2y^2$となる。

よって限界代替率は、$MRS=\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}}=\frac{2xy^3}{3x^2y^2}=\frac{2y}{3x}$ となる。

これが 2 財の価格比に等しくなるので、$\frac{2y}{3x}=\frac{5}{10}\Leftrightarrow y=\frac{3}{4}x$となる。

この式と、予算制約式との連立方程式を解く。予算制約式は$5x+10y=100$であるので、これに代入して、

$$5x+10\cdot\frac{3}{4}x=100\Leftrightarrow 5x+7.5x=100\Leftrightarrow 12.5x=100\Leftrightarrow x=8$$

$$y=\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}\times 8=6$$

よって、x 財の需要量 は 8、y 財の需要量 は 6 と求まる。

[問 2]　2 財 X,Y を消費する個人の効用関数が$U = 2XY$（U: 効用水準、X: X 財の消費量、Y: Y 財の消費量)で示されています。

X 財の価格が 2、Y 財の価格が 4、所得が 144 であるとき、効用を最大にしようとするこの個人は、X 財をいくら消費するでしょうか。

予算制約線の式は$2X + 4Y = 144$となる。

限界代替率を求めるために、U を X と Y とでそれぞれ偏微分する。すると、

$\frac{\partial U}{\partial X} = 1 \cdot 2X^{1-1}Y = 2Y$　$\frac{\partial U}{\partial Y} = 1 \cdot 2XY^{1-1} = 2X$　よって限界代替率は、$MRS = \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{2Y}{2X} = \frac{Y}{X}$ となる。

これが 2 財の価格比に等しくなるので、$\frac{Y}{X} = \frac{2}{4} \Leftrightarrow Y = \frac{1}{2}X$となる。

この式を予算制約式に代入すると、$2X + 4 \times \frac{1}{2}X = 144 \Leftrightarrow 2X + 2X = 144 \Leftrightarrow 4X = 144 \Leftrightarrow X = 36$

X 財を 36 消費する。

[問 3]　ある消費者の効用関数が次のように与えられている。

$$u = xy$$

ここで、u は効用水準、x は X 財の消費量、y は Y 財の消費量を表す。X 財の価格は 6、Y 財の価格は 2 とする。このとき、消費者が 300 の効用水準を実現するために必要な所得の最小値はいくらか。

所得を M とすると、予算制約線の式は$6x + 2y = M$となる。

限界代替率を求めるために、U を x と y とでそれぞれ偏微分する。すると、

$\frac{\partial U}{\partial x} = 1 \cdot x^{1-1}y = y$　$\frac{\partial U}{\partial y} = 1 \cdot xy^{1-1} = x$　よって限界代替率は、$MRS = \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{y}{x}$ となる。

これが 2 財の価格比に等しくなるので、$\frac{y}{x} = \frac{6}{2} \Leftrightarrow y = 3x$となる。

この式を効用関数に代入すると、

$$x \times 3x = 300 \Leftrightarrow 3x^2 = 300 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10$$

よって、予算制約式に代入して、$6 \times 10 + 2 \times 3 \times 10 = 60 + 60 = 120$。　必要な所得の最小値は 120

[問 4]　ある家計の効用関数が、$U = xy^2$（U: 効用、x: X 財の購入量、y: Y 財の購入量)で与えられている。この家計は 9000 円の予算で X 財と Y 財の購入を計画している。X 財の価格は 100 円、Y 財の価格は 200 円である。

このとき、この家計がとり得る効用の最大値はいくらか。

予算制約線の式は$100x + 200y = 9000$となる。

限界代替率を求めるために、U を x と y とでそれぞれ偏微分する。すると、

$\frac{\partial U}{\partial x} = 1 \cdot x^{1-1}y^2 = y^2$　$\frac{\partial U}{\partial y} = 2 \cdot xy^{2-1} = 2xy$　よって限界代替率は、$MRS = \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{y^2}{2xy} = \frac{y}{2x}$ となる。

これが 2 財の価格比に等しくなるので、$\frac{y}{2x} = \frac{100}{200} \Leftrightarrow y = x$となる。

この式と、予算制約式との連立方程式を解く。予算制約式に代入して、

$$100x + 200 \cdot x = 9000 \Leftrightarrow 100x + 200x = 9000 \Leftrightarrow 300x = 9000 \Leftrightarrow x = 30$$

よって、効用最大化をもたらす X 財の最適消費量 は 30 であり、このときの効用は

$30 \times (30)^2 = 30 \times 900 = 27000$　となる。　とり得る効用の最大値は 27000

＜生産関数＞

[解法の手順]

① 生産関数を労働 L で偏微分し、労働の限界生産力(MPL)を、資本 K で偏微分し、資本の限界生産力(MPK)をそれぞれ求める。

② $\mathrm{MPL} = \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{P}},\ \mathrm{MPK} = \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{P}}$ という関係から、$\left(\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{L}}\right)$と$\left(\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{K}}\right)$の関係が導かれ、K と L の関係(K=〇 L)を求める。

③ 予算制約線の式(問題によっては効用関数の式)に②で求めた Y と X の関係を代入して、X の最適消費量を求める。

④ 問題の設定によって、効用関数や予算制約線の式に X の最適消費量を代入し、最終的な解答を求める。

[例題]　ある生産物 Y の生産関数が$\mathrm{Y} = 20\mathrm{K}^{0.5}\mathrm{L}^{0.5}$で示され、生産物 Y の価格は 1 であるとする。ここで、生産要素のうち K は資本であり、L は労働である。市場は完全競争を前提としている。

いま、資本 K の要素価格が 20 であるとするとき、企業が利潤最大化を図る場合、労働 L の要素価格として正しいのはどれか。

1 :　2
2 :　5
3 :　10
4 :　15
5 :　20

(解) $MPL = \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \mathrm{L}} = 0.5 \cdot 20\mathrm{K}^{0.5}\mathrm{L}^{0.5-1} = 10\mathrm{K}^{0.5}\mathrm{L}^{-0.5} = 10\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5}$　　$MPK = \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \mathrm{K}} = 0.5 \cdot 20\mathrm{K}^{0.5-1}\mathrm{L}^{0.5} = 0.5\mathrm{K}^{-0.5}\mathrm{L}^{0.5} = 10\left(\frac{L}{K}\right)^{0.5}$

$MPK = \frac{r}{P}$なので、$10\left(\frac{L}{K}\right)^{0.5} = \frac{20}{1} \Leftrightarrow \left(\frac{L}{K}\right)^{0.5} = 2$

$MPL = \frac{w}{P}$なので、$10\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5} = \frac{w}{1} = w$である。

$\left(\frac{L}{K}\right)^{0.5} = 2$なので、$\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5} = \frac{1}{2}$であり、$w = 10\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5} = 10 \times \frac{1}{2} = 5$である。

[問 5]　ある企業の生産関数が、

$$\mathrm{Y} = \mathrm{K}^{\frac{2}{3}}\mathrm{L}^{\frac{1}{3}}$$(Y: 産出量、K: 資本量、L: 労働量)

で表されている。また、資本及び労働の要素価格はそれぞれ 6,24 である。この企業が産出量を 36 に固定したままで費用最小化を図った。この場合の最適資本量はいくらか。

$$MPL = \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \mathrm{L}} = \frac{1}{3} \cdot \mathrm{K}^{\frac{2}{3}}\mathrm{L}^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}\mathrm{K}^{\frac{2}{3}}\mathrm{L}^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$MPK = \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \mathrm{K}} = \frac{2}{3} \cdot \mathrm{K}^{\frac{2}{3}-1}\mathrm{L}^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}\mathrm{K}^{\frac{2}{3}-1}\mathrm{L}^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$MPL = \frac{w}{P}$なので、$\frac{1}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{24}{P} \Leftrightarrow \left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{72}{P}$　　$MPK = \frac{r}{P}$なので、$\frac{2}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{6}{P} \Leftrightarrow \left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{9}{P}$である。

よって、$\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} = 8\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{72}{P}$であり、$\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} = 8\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \frac{K^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{3}}} = 8\frac{L^{\frac{1}{3}}}{K^{\frac{1}{3}}} \Leftrightarrow K^{\frac{2}{3}} \cdot K^{\frac{1}{3}} = 8L^{\frac{1}{3}} \cdot L^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow K = 8L$

となる。これを、生産関数に代入すると、$\mathrm{Y} = (8\mathrm{L})^{\frac{2}{3}}\mathrm{L}^{\frac{1}{3}} = \left((8\mathrm{L})^{\frac{1}{3}}\right)^2\mathrm{L}^{\frac{1}{3}} = \left(2\mathrm{L}^{\frac{1}{3}}\right)^2\mathrm{L}^{\frac{1}{3}} = 4\mathrm{L}^{\frac{2}{3}}\mathrm{L}^{\frac{1}{3}} = 4\mathrm{L}$

産出量を 36 に固定したまま、費用最小化しているので、$36 = 4\mathrm{L} \Leftrightarrow L = 9$

$K = 8 \times 9 = 72$となり、最適資本量は 72 となる。

＜費用関数、損益分岐点、操業停止点＞

[解法の手順]

① 次の関係から、限界費用を求める。

生産量で微分する　総費用(TC) = 可変費用(VC)+固定費用(FC)

生産量で割る

限界費用(MC)　平均費用(AC) = 平均可変費用(AVC)+平均固定費用(AFC)

② 価格が与えられているとき、利潤最大となる産出量は、**限界費用＝価格**のときなので、これを解く。

③ 損益分岐点は**限界費用＝平均費用**のとき、操業停止点は**限界費用＝平均可変費用**のときであるので、これを解く。(その時の価格を求めることもある)

④ 問題によっては、利潤を求めることもあるが、利潤$\pi =$ 価格 $\times$ 生産量 $-$ 総費用(TC)である。

[例題] 完全競争市場において、ある財を生産している企業の総費用曲線が、

$$\mathrm{TC} = \mathrm{Y}^3 - 6\mathrm{Y}^2 + 24\mathrm{Y}\ \ [\mathrm{TC}:\ 総費用, \mathrm{Y}:\ 生産量]$$

で示されるとします。財の価格が 60 で与えられたとき、この企業の利潤が最大になる生産量はいくつになりますか。

(解) まず、この企業の限界費用関数を求めよう。総費用関数を生産量 Y で微分する。

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{dTC}}{\mathrm{dY}} = 3\cdot \mathrm{Y}^{3-1} - 2\cdot 6\mathrm{Y}^{2-1} + 1\cdot 24\mathrm{Y}^{1-1} = 3\mathrm{Y}^2 - 12\mathrm{Y} + 24$$

利潤最大化が成り立つには、限界費用＝価格のときであるので、

$$3\mathrm{Y}^2 - 12\mathrm{Y} + 24 = 60 \Leftrightarrow 3\mathrm{Y}^2 - 12\mathrm{Y} - 36 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{Y}^2 - 4\mathrm{Y} - 12 = 0 \Leftrightarrow (\mathrm{Y}-6)(\mathrm{Y}+2) = 0$$

これをみたすのは、Y=－2,6 であるが、生産量は正であるので、Y=6

この企業の利潤が最大となる生産量は 6 である。

[問 6] 完全競争市場で、ある財を生産する企業の総費用曲線が

$$\mathrm{TC} = \tfrac{2}{3}\mathrm{Y}^3 - 8\mathrm{Y}^2 + 26\mathrm{Y}\ \ (\mathrm{TC}:\ 総費用, \mathrm{Y}:\ 生産量)$$

で示されるとする。財の価格が 10 の時、この企業の利潤が最大になる産出量を求めなさい。

限界費用関数は、総費用関数を生産量 Y で微分して、

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{dTC}}{\mathrm{dY}} = 3\cdot \frac{2}{3}\mathrm{Y}^{3-1} - 2\cdot 8\mathrm{Y}^{2-1} + 1\cdot 26\mathrm{Y}^{1-1} = 2\mathrm{Y}^2 - 16\mathrm{Y} + 26$$

$$2\mathrm{Y}^2 - 16\mathrm{Y} + 26 = 10 \Leftrightarrow 2\mathrm{Y}^2 - 16\mathrm{Y} + 16 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{Y}^2 - 8\mathrm{Y} + 8 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{Y} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4\times 8}}{2}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

利潤が最大となる生産量は$4 \pm 2\sqrt{2}$である

[問 7]　完全競争市場で、ある財を生産する企業の平均可変費用曲線が

$$\mathrm{AVC} = \mathrm{Y}^2 - 2\mathrm{Y} + 16 \text{（AVC: 総費用, Y: 生産量）}$$

で示されるとする。財の価格が 24 の時、この企業の利潤が最大になる産出量を求めなさい。

総費用関数を求める。固定費用を X とおき、平均可変費用関数を Y 倍した可変費用を加えると、

$$\mathrm{TC} = (\mathrm{Y}^2 - 2\mathrm{Y} + 16) \times \mathrm{Y} + \mathrm{X} = \mathrm{Y}^3 - 2\mathrm{Y}^2 + 16\mathrm{Y} + \mathrm{X}$$

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{dTC}}{\mathrm{dY}} = 3 \cdot \mathrm{Y}^{3-1} - 2 \cdot 2\mathrm{Y}^{2-1} + 1 \cdot 16\mathrm{Y}^{1-1} = 3\mathrm{Y}^2 - 4\mathrm{Y} + 16$$

利潤最大化が成り立つには、限界費用＝価格のときであるので、

$$3\mathrm{Y}^2 - 4\mathrm{Y} + 16 = 24 \Leftrightarrow 3\mathrm{Y}^2 - 4\mathrm{Y} - 8 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{Y} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-8)}}{2 \times 3} = \frac{4 \pm \sqrt{112}}{6} = \frac{4 \pm 4\sqrt{7}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

よって、この企業の利潤が最大となる生産量は$\frac{2+2\sqrt{7}}{3}$である。

[問 8]　完全競争市場で、ある財を生産する企業の平均可変費用曲線が

$$\mathrm{AVC} = \frac{\mathrm{Y}^2}{3} - 3\mathrm{Y} + 3 \text{（AVC: 総費用, Y: 生産量）}$$

であり、固定費用は 50 であるものとする。財の価格が 30 であるとき、この企業が利潤最大化を行った結果、得られる利潤はいくらになるか。

総費用関数を求める。固定費用は 50 であり、平均可変費用関数を Y 倍した可変費用を加えると、

$$\mathrm{TC} = \left(\frac{\mathrm{Y}^2}{3} - 3\mathrm{Y} + 3\right) \times \mathrm{Y} + 50 = \frac{1}{3}\mathrm{Y}^3 - 3\mathrm{Y}^2 + 3\mathrm{Y} + 50 \quad \mathrm{MC} = \frac{\mathrm{dTC}}{\mathrm{dY}} = 3 \cdot \frac{1}{3}\mathrm{Y}^{3-1} - 2 \cdot 3\mathrm{Y}^{2-1} + 1 \cdot 3\mathrm{Y}^{1-1} = \mathrm{Y}^2 - 6\mathrm{Y} + 3$$

利潤最大化が成り立つには、限界費用＝価格のときであるので、

$$\mathrm{Y}^2 - 6\mathrm{Y} + 3 = 30 \Leftrightarrow \mathrm{Y}^2 - 6\mathrm{Y} - 27 = 0 \Leftrightarrow (\mathrm{Y} + 3)(\mathrm{Y} - 9) = 0$$

よって、$\mathrm{Y} - 3,9$。この企業の利潤が最大となる生産量は9である。この企業が得られる利潤$\pi = \mathrm{PY} - \mathrm{TC}$であるので、

$$30 \times 9 - \left(\frac{1}{3} \cdot 9^3 - 3 \cdot 9^2 + 3 \cdot 9 + 50\right) = 270 - (243 - 243 + 27 + 50) = 270 - 77 = 193$$

得られる利潤は 193 である。

[問 9]　完全競争市場における、ある企業の短期費用関数が次のように与えられている。

$$\mathrm{TC} = \mathrm{x}^3 - 4\mathrm{x}^2 + 3\mathrm{x} + 8$$

ここで、x は財の生産量を表す。この企業の操業停止点における生産量はいくらか。

操業停止点では、限界費用=平均可変費用である。限界費用関数は次のようになる。

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{TC}}{\mathrm{dx}} = 3 \cdot \mathrm{x}^{3-1} - 2 \cdot 4\mathrm{x}^{2-1} + 1 \cdot 3\mathrm{x}^{1-1} = 3\mathrm{x}^2 - 8\mathrm{x} + 3$$

平均可変費用関数は、可変費用関数を生産量で割ったものであるが、可変費用関数は、総費用関数から固定費用（定数項の 7 がこれにあたる）を除いたものであり、次のようになる。

$$\mathrm{AVC} = \frac{\mathrm{VC}}{\mathrm{x}} = \frac{\mathrm{x}^3 - 4\mathrm{x}^2 + 3\mathrm{x}}{\mathrm{x}} = \mathrm{x}^2 - 4\mathrm{x} + 3$$

限界費用＝平均可変費用であるので、

$$3\mathrm{x}^2 - 8\mathrm{x} + 3 = \mathrm{x}^2 - 4\mathrm{x} + 3 \Leftrightarrow 2\mathrm{x}^2 - 4\mathrm{x} = 0 \Leftrightarrow 2\mathrm{x}(\mathrm{x} - 2) = 0$$

これをみたす解は、x=0,2 である。この企業の操業停止点における生産量は 2 である。

[問 10]　完全競争市場におけるある企業の総費用関数が、

$$\mathrm{TC} = \mathrm{x}^3 - 6\mathrm{x}^2 + 20\mathrm{x}\ \ [\mathrm{x}:\ 生産量]$$

で与えられているとき、この企業の損益分岐点における生産量はいくらか。

損益分岐点では、限界費用=平均費用である。限界費用関数は次のようになる。

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{TC}}{\mathrm{dx}} = 3\cdot\mathrm{x}^{3-1} - 2\cdot 6\mathrm{x}^{2-1} + 1\cdot 20\mathrm{x}^{1-1} = 3\mathrm{x}^2 - 12\mathrm{x} + 20$$

平均費用関数は、総費用関数を生産量で割ったものであり、次のようになる。

$$\mathrm{AC} = \frac{\mathrm{TC}}{\mathrm{x}} = \frac{\mathrm{x}^3 - 6\mathrm{x}^2 + 20\mathrm{x}}{\mathrm{x}} = \mathrm{x}^2 - 6\mathrm{x} + 20$$

限界費用＝平均費用であるので、

$$3\mathrm{x}^2 - 12\mathrm{x} + 20 = \mathrm{x}^2 - 6\mathrm{x} + 20 \Leftrightarrow 2\mathrm{x}^2 - 6\mathrm{x} = 0 \Leftrightarrow 2\mathrm{x}(\mathrm{x} - 3) = 0$$

これをみたす解は、x=0,3 である。この企業の損益分岐点における生産量は 3 である。

[問 11]　完全競争市場において、ある企業の総費用が、

$$\mathrm{TC} = \mathrm{X}^3 - 12\mathrm{X}^2 + 24\mathrm{X} + 16\ \ [\mathrm{TC}:\ 総費用,\ \mathrm{X}:\ 生産量]$$

で示されている。この企業の操業中止点に対応する生産量はいくらか。

操業停止点では、限界費用=平均可変費用である。限界費用関数は次のようになる。

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{TC}}{\mathrm{dX}} = 3\cdot\mathrm{X}^{3-1} - 2\cdot 12\mathrm{X}^{2-1} + 1\cdot 24\mathrm{X}^{1-1} = 3\mathrm{X}^2 - 24\mathrm{X} + 24$$

平均可変費用関数は、可変費用関数を生産量で割ったものであるが、可変費用関数は、総費用関数から固定費用（定数項の 16 がこれにあたる）を除いたものであり、次のようになる。

$$\mathrm{AVC} = \frac{\mathrm{VC}}{\mathrm{X}} = \frac{\mathrm{X}^3 - 12\mathrm{X}^2 + 24\mathrm{X}}{\mathrm{X}} = \mathrm{X}^2 - 12\mathrm{X} + 24$$

限界費用＝平均可変費用であるので、

$$3\mathrm{X}^2 - 24\mathrm{X} + 24 = \mathrm{X}^2 - 12\mathrm{X} + 24 \Leftrightarrow 2\mathrm{X}^2 - 12\mathrm{X} = 0 \Leftrightarrow 2\mathrm{X}(\mathrm{X} - 6) = 0$$

これをみたす解は、X=0,6 である。この企業の操業中止点における生産量は 6 である。

[問 12]　完全競争市場で、ある財を生産する企業の平均可変費用曲線が

$$\mathrm{AVC} = \mathrm{Y}^2 - 5\mathrm{Y} + 12\ \ (\mathrm{AVC}:\ 平均可変費用,\ \mathrm{Y}:\ 生産量)$$

で示されるとする。この企業の操業停止点における生産量を求めなさい。

操業停止点では、限界費用=平均可変費用である。限界費用を求めるために、総費用関数を求める。固定費用を X とおき、平均可変費用関数を Y 倍した可変費用を加えると、

$$\mathrm{TC} = (\mathrm{Y}^2 - 5\mathrm{Y} + 12) \times \mathrm{Y} + \mathrm{X} = \mathrm{Y}^3 - 5\mathrm{Y}^2 + 12\mathrm{Y} + \mathrm{X}$$

$$\mathrm{MC} = \frac{\mathrm{dTC}}{\mathrm{dY}} = 3\cdot\mathrm{Y}^{3-1} - 2\cdot 5\mathrm{Y}^{2-1} + 1\cdot 12\mathrm{Y}^{1-1} = 3\mathrm{Y}^2 - 10\mathrm{Y} + 12$$

限界費用＝平均可変費用であるので、

$$3\mathrm{Y}^2 - 10\mathrm{Y} + 12 = \mathrm{Y}^2 - 5\mathrm{Y} + 12 \Leftrightarrow 2\mathrm{Y}^2 - 5\mathrm{Y} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{Y}(2\mathrm{Y} - 5) = 0$$

これをみたす解は、Y=0,$\frac{5}{2}$ である。この企業の操業停止点における生産量は$\frac{5}{2}$である。

＜余剰分析、厚生の損失＞

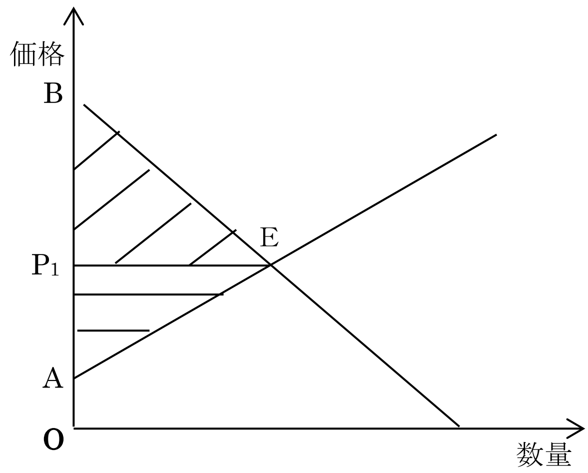
[解法の手順]

① 均衡が成立するのは、D=S のときであるので、その時の価格と数量を求める。

② 需要曲線、供給曲線を価格について効用関数について解き、P= ~の式にする。

③ 右図の斜線部が消費者余剰、横線部が生産者余剰であるので、これらを求める。

④ 課税などによって失われる社会的損失が、厚生の損失である。課税前と課税後の総余剰の差をとる。



[例題] ある財の市場における需要曲線と供給曲線は、それぞれ、

供給曲線：$P = 2Q_S$

需要曲線：$P = 5000 - 3Q_D$

（P：価格、Q_S：供給量、Q_D：需要量）

で示されるとする。この財の生産に、1 単位当たり 500 の従量税を課した場合、超過負担（死荷重）はいくらか。最も妥当なものはどれか。

1： 20000

2： 25000

3： 30000

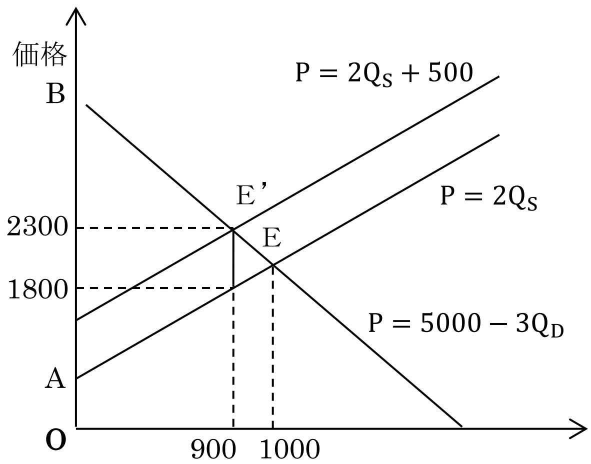
4： 35000

5： 40000

（国税専門官）

（解） 従量税を課さないとき、均衡は$2Q_S = 5000 - 3Q_D$のときである。これを解くと、$2Q_S + 3Q_D = 5000$ $\Leftrightarrow 5Q = 5000 \Leftrightarrow Q = 1000$、このときの価格は$P = 2 \times 1000 = 2000$である。

従量税を課すと、供給曲線は$P = 2Q_S + 500$となる。このとき、均衡数量は$2Q_S + 500 = 5000 - 3Q_D$を解いて、$2Q_S + 3Q_D = 5000 - 500 \Leftrightarrow 5Q = 4500$ $\Leftrightarrow Q = 900$、このときの価格は$P = 2 \times 900 + 500$ $= 1800 + 500 = 2300$である。



もとの供給曲線で、この数量(900)を生産するとき価格は$P = 2 \times 900 = 1800$である。よって、求める三角形の面積は、

$(2300 - 1800) \times (1000 - 900) \div 2 = 500 \times 100 \div 2 = 25000$となる。よって、選択肢２が正解。

[問 13]　完全競争市場において、ある財の価格を P とし、

需要曲線：$D = 60 - 4P$

供給曲線：$S = 2P$

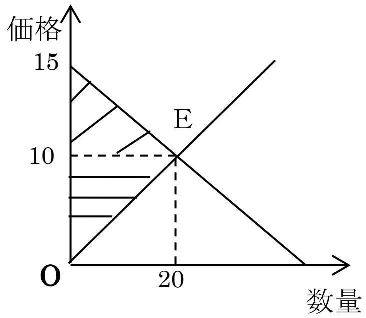
で表される場合、市場均衡が成立しているときの①消費者余剰、②生産者余剰、③総余剰を求めよ。

市場均衡点では D=S が成り立つので、$60 - 4P = 2P \Leftrightarrow 60 = 6P \Leftrightarrow P = 10$

このときの需要量は$D = 60 - 4 \times 10 = 60 - 40 = 20$となる。

需要関数を P について解くと、$4P = 60 - D \Leftrightarrow P = 15 - \frac{D}{4}$、

供給関数を P について解くと、$2P = S \Leftrightarrow P = \frac{S}{2}$となる。



消費者余剰は斜線部分なので$(15 - 10) \times 20 \div 2 = 50$

生産者余剰は横線部分なので$(10 - 0) \times 20 \div 2 = 100$

総余剰は$50 + 100 = 150$

[問 14] ある財に対する市場の需要曲線と供給曲線がそれぞれ、

$D = 150 - P$

$S = 2P$　　　（D：需要量、S：供給量、P：価格）

で示されているとします。

この財に 1 単位当たり 30 の従量税が課されたとすると、生じる厚生の損失はいくらになりますか。

市場均衡点では D=S が成り立つので、$150 - P = 2P \Leftrightarrow 150 = 3P \Leftrightarrow P = 50$

このときの需要量は$D = 150 - 50 = 100$となる。

需要関数を P について解くと、$P = 150 - D$、

供給関数を P について解くと、$2P = S \Leftrightarrow P = \frac{S}{2}$となる。

従量税を課すと、供給関数は$P = \frac{S}{2} + 30$となる。

これを需要関数と連立させて解く。需要関数に代入すると、D=S なので、

$$\frac{S}{2} + 30 = 150 - D \Leftrightarrow \frac{S}{2} + D = 150 - 30$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}S = 120 \Leftrightarrow S = 80$$

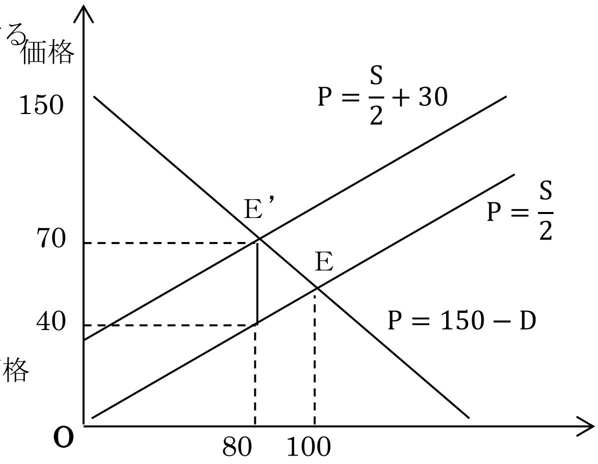
このときの価格は$P = 150 - 80 = 70$である。

もとの供給曲線で、この数量(80)を生産するとき、価格は$P = \frac{80}{2} = 40$である。

よって、求める三角形の面積は、

$(70 - 40) \times (100 - 80) \div 2 = 30 \times 20 \div 2 = 300$となる。

生じる厚生の損失は 300



＜独占＞

[解法の手順]

① 需要曲線を価格について解いたもの(P= ~の式)を、切片はそのままで、傾きを 2 倍にすると、限界収入曲線(MR)が求まる。

② 次に、限界費用関数(MC)を求める。総費用関数(TC)が与えられているなら、生産量で微分すれば求まる。

③ 利潤最大化が成立するのは、MR=MC のときであるので、これを生産量について解けば、独占の場合の均衡数量が求まる。

④ この生産量を需要関数に代入すると、独占の場合の均衡価格が求まる。

[例題] 独占企業の生産する財について、需要関数と限界費用関数が次のように与えられています。

需要関数：$D = 10 - 2P$、 限界需要関数：$MC = X - 5$ （Dは需要量、X は生産量）

このとき、独占価格と生産量はいくらになりますか。

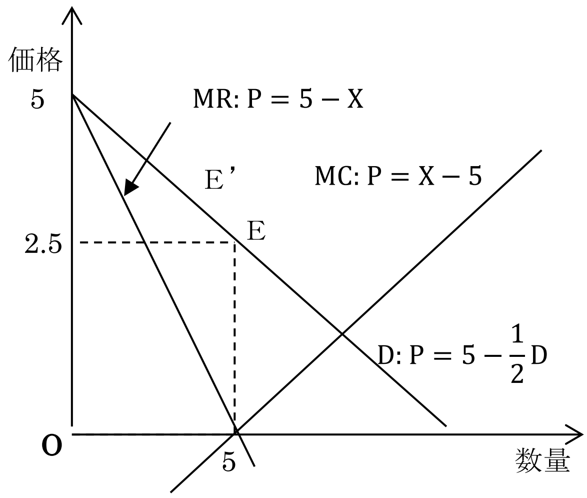
(解) 需要関数を価格について解くと、

$2P = 10 - D \Leftrightarrow P = 5 - \frac{D}{2}$ よって、限界収入は、切片はそのままで、傾きを 2 倍にするので、$MR = 5 - D$ となる。(需要量=生産量なので、$MR = 5 - X$と表そう)

利潤最大化が成立するのは、MR=MC のときであるので、$5 - X = X - 5 \Leftrightarrow 10 = 2X \Leftrightarrow X = 5$のときである。

このとき、価格は需要関数に代入して、

$P = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$となる。



[問 15] ある財の需要曲線は、$D = -P + 10$で示され、この市場が完全独占企業によって財が供給されているとします。この企業の総費用関数が、$TC = \frac{1}{2}X^2 - 5X + 6$であるとき、

（P：財の価格、X：財の数量、TC：総費用）

(1) 完全独占企業の設定する最適価格はいくらですか。

需要関数を価格について解くと、$P = 10 - D$ よって、限界収入は、$MR = 10 - 2D$ となる。(需要量=生産量なので、$MR = 10 - 2X$と表そう）次に、限界費用関数を求める。総費用関数を、生産量 X で微分して

$MC = \frac{dTC}{dX} = 2 \cdot \frac{1}{2}X^{2-1} - 1 \cdot 5X^{1-1} = X - 5$

となる。MR=MC のとき利潤最大化が成立するので、$10 - 2X = X - 5 \Leftrightarrow 10 + 5 = 2X + X \Leftrightarrow 3X = 15 \Leftrightarrow X = 5$のときである。

このとき、価格は需要関数に代入して、$P = 10 - 5 = 5$となる。

(2) この市場が完全競争市場であった場合と比較し、どのくらいの厚生の損失が発生していますか。

完全競争市場であった場合、均衡点は D=S のときである。

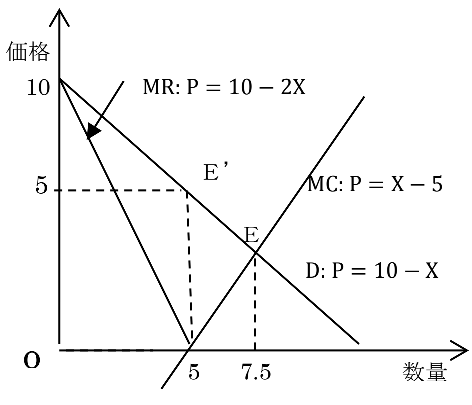
S=MC であるので、これを解くと、

$$10 - X = X - 5 \Leftrightarrow 15 = 2X \Leftrightarrow X = 7.5$$

である。よって、求める三角形の面積は、

$(5 - 0) \times (7.5 - 5) \div 2 = 5 \times 2.5 \div 2 = 6.25$となる。

生じる厚生の損失は 6.25



＜国民経済計算の諸概念＞

[覚えるべきこと]

GDP の三面等価　**生産面からみた GDP ＝ 分配面からみた GDP ＝ 支出面からみた GDP**

- **分配面からみた GDP** = 雇用者所得＋営業余剰＋固定資本減耗＋純間接税（間接税－補助金）
- **支出面からみた GDP（国内総支出：GDE）** = 民間最終消費支出＋政府最終消費支出＋国内総固定資本形成＋在庫品増加＋輸出－輸入
- 国民総所得（GNI）（国民総生産（GNP）ともいう）= GDP+海外からの純要素所得受取(海外からの要素所得受取－海外への要素所得支払)
- 国内純生産（NDP）= GDP－固定資本減耗

[問 16]　国民経済計算の諸概念について、以下の値が与えられている。このときの国内総生産、国民純生産の値の組合せとして妥当なものはどれか。

最終消費支出	250
総固定資本形成	120
在庫品増加	5
財・サービスの輸出	60
海外への要素所得の支払い	15
財・サービスの輸入	40
海外への要素所得の受取り	10
間接税−補助金	30
固定資本減耗	50

	国内総生産	国民純生産
1：	390	340
2：	395	345
3：	395	340
4：	395	315
5：	390	310

支出面からみた GDP = 民間最終消費支出＋政府最終消費支出＋国内総固定資本形成＋在庫品増加＋輸出－輸入
であるので、国内総生産$= 250 + 120 + 5 + 60 - 40 = 395$

国民総所得(国民総生産) = 国内総生産＋海外からの純要素所得受取

国民総所得(国民総生産) = 国民純生産＋固定資本減耗

であるので、

国民純生産 = 国内総生産＋海外からの純要素所得受取－固定資本減耗$= 395 + (10 - 15) - 50 = 340$

＜均衡国民所得の決定、乗数理論＞

[解法の手順]

① 総需要関数の式に消費関数を代入して解く。

② 問題で与えられた所得を総需要の式に代入し、その所得のときの総需要を求める。

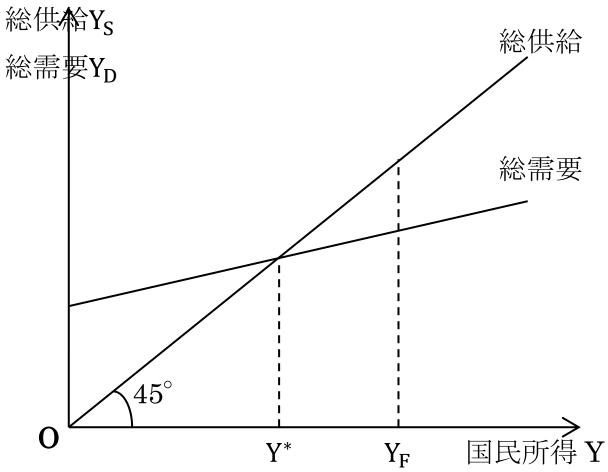
③ 総需要＞総供給 なら、その額がインフレ・ギャップとなり、総需要＜総供給 なら、その額がデフレ・ギャップとなる。

④ ギャップを解消するために投資や政府支出を増加するが、その増分に対する所得の増分が乗数となる。

⑤ 乗数を用いて、その効果を求める。総需要の式の増分を求めて計算してもよい。

[例題] 図は国民所得と総供給、総需要の関係を表したものである。ここで、Y^*は均衡国民所得、Y_Fは完全雇用国民所得であり、Y_Fは 500 兆円である。また、投資を 100 兆円とし、消費関数を$C = 0.5Y + 50$(単位は兆円)とする。

このとき、Y_Fに関する次の記述のうち、最も妥当なものはどれか。ただし、政府部門は考慮せず、総需要は消費と投資からなるものとする。



1： Y_Fにおいては、インフレ・ギャップが生じており、その金額は 200 兆円である。

2： Y_Fにおいては、デフレ・ギャップが生じており、その金額は 200 兆円である。

3： Y_Fにおいては、インフレ・ギャップが生じており、その金額は 100 兆円である。

4： Y_Fにおいては、デフレ・ギャップが生じており、その金額は 100 兆円である。

5： Y_Fにおいては、インフレ・ギャップもデフレ・ギャップも生じていない。

（国家Ⅱ種）

（解） $Y_D = C + I$なので、完全雇用国民所得$Y_F = 500$における総需要は、

$$Y_D = 0.5 \times 500 + 50 + 100 = 250 + 50 + 100 = 400$$

となる。この時の総供給=所得=500 であるので、$500 - 400 = 100$のデフレ・ギャップが生じている。

[問 17]　ある経済において、マクロ経済モデルが次のように示されています。

完全雇用を実現する国民所得が 100 であるとき、完全雇用を実現するために必要となる、追加的な政府支出の大きさはいくらになりますか。

$\mathrm{Y} = \mathrm{C} + \mathrm{I} + \mathrm{G}$

$\mathrm{C} = 0.9(\mathrm{Y} - \mathrm{T}) + 5$

$\mathrm{I} = 20$

$\mathrm{G} = 15$

$\mathrm{T} = 40$

［Y：国民所得、C：民間消費、I：民間投資
G：政府支出、T：租税］

総需要関数が$\mathrm{Y} = \mathrm{C} + \mathrm{I} + \mathrm{G}$であるので、代入すると

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Y} &= 0.9(\mathrm{Y} - 40) + 5 + 20 + 15 \\
&= 0.9\mathrm{Y} - 0.9 \times 40 + 5 + 20 + 15 \\
&= 0.9\mathrm{Y} - 36 + 40 = 0.9\mathrm{Y} + 4
\end{aligned}
$$

となる。よって、

$$\mathrm{Y} = 0.9\mathrm{Y} + 4 \Leftrightarrow \mathrm{Y} - 0.9\mathrm{Y} = 4 \Leftrightarrow 0.1\mathrm{Y} = 4 \Leftrightarrow \mathrm{Y} = 40$$

が現在の国民所得である。

完全雇用を実現するには、$100 - 40 = 60$国民所得を増加させる必要がある。

限界消費性向$\mathrm{c} = 0.9$であるので、政府支出乗数は$\frac{1}{1-\mathrm{c}} = \frac{1}{1-0.9} = 10$となる。よって、60 国民所得を増加させるには、$60 \div 10 = 6$の政府支出を追加的に増加させればよい。

[問 18]　国民所得が民間消費、民間投資、政府支出からなる経済において、政府が 1 兆円の増税と 3 兆円の**政府支出を**同時に行った場合、国民所得の増加額として、正しいのはどれか。ただし、限界消費性向は 0.75 とし、民間投資は一定であり、また、租税は定額税とする。

1：　3 兆円

2：　8 兆円

3:　9 兆円

4：　11 兆円

5：　15 兆円

（東京都 2003）

限界消費性向$\mathrm{c} = 0.75$であるので、

租税乗数は$-\frac{\mathrm{c}}{1-\mathrm{c}} = -\frac{0.75}{1-0.75} = -\frac{0.75}{0.25} = -3$

政府支出乗数は$\frac{1}{1-\mathrm{c}} = \frac{1}{1-0.75} = \frac{1}{0.25} = 4$となる。

1 兆円の増税により、国民所得は$1 \times (-3) = -3$兆円増加し、

3 兆円の政府支出により、国民所得は$3 \times 4 = 12$兆円増加する。

よって、国民所得は、$-3 + 12 = 9$兆円増加する。

＜貨幣市場＞

[覚えるべきこと]

- **マネーサプライ(M)**　家計や企業が持っている現金や預金 M=C+D　（C：現金、D：預金）
- **ハイパワード・マネー(H)**　日銀が所有する現金や準備金 H=C+R　（C：現金、R：準備金）
- **貨幣乗数（信用乗数）** $\frac{\Delta M}{\Delta H}=\frac{\frac{C}{D}+1}{\frac{C}{D}+\frac{R}{D}}$ $\left(\frac{C}{D}\right.$：現金預金比率、$\frac{R}{D}$：支払準備率$\left.\right)$
- 日銀がハイパワード・マネーを増やしたとき、その$\frac{\frac{C}{D}+1}{\frac{C}{D}+\frac{R}{D}}$倍マネーサプライは増加する。

[問 19]　貨幣供給に関する次の文中ア～エに入る語句の組合せのうち、妥当なのはどれか。

ハイパワードマネーは、現金通貨と（　ア　）の合計であり、マネーサプライは現金通貨と（　イ　）の合計である。預金に対する現金通貨の保有比率が（　ウ　）したり、民間銀行の預金準備率が（　エ　）したりすると、一定のハイパワードマネーから生まれるマネーサプライが増加する。

	ア	イ	ウ	エ
1：	預金	預金準備	上昇	上昇
2：	預金	預金準備	上昇	低下
3：	預金準備	預金	上昇	上昇
4：	預金準備	預金	低下	上昇
5:	預金準備	預金	低下	低下

貨幣乗数は

$\frac{\Delta M}{\Delta H}=\frac{\frac{C}{D}+1}{\frac{C}{D}+\frac{R}{D}}$　$\left(\frac{C}{D}\right.$：現金預金比率、$\frac{R}{D}$：支払準備率$\left.\right)$であるので、いま仮に$\frac{C}{D}=\frac{R}{D}=0.2$であるとする。

（地方上級　2010）

このとき、貨幣乗数は$\frac{0.2+1}{0.2+0.2}=\frac{1.2}{0.4}=3$である。現金預金比率$\frac{C}{D}$が 0.2 上昇したとき、貨幣乗数は$\frac{0.4+1}{0.4+0.2}=\frac{1.4}{0.6}=2.33\cdots$となり、マネーサプライは減少する。支払準備率$\frac{R}{D}$が 0.2 上昇したとき、貨幣乗数は$\frac{0.2+1}{0.2+0.4}=\frac{1.2}{0.6}=2$となり、マネーサプライは減少する。よって、マネーサプライを増加させるには、2 つの比率を低下させる

[問 20]　ある経済において、法定準備率が 0.2 であり、市中銀行は超過準備を保有せず、公衆は預金通貨のみを保有すると仮定する。このとき、ハイパワード・マネーが 50 兆円であるとすると、貨幣供給はいくらになるか、最も妥当なものはどれか。

1：　10 兆円
2：　40 兆円
3：　75 兆円
4：　125 兆円
5:　250 兆円

（国家Ⅱ種）

公衆は預金通貨のみを保有し、現金通貨を保有しないので、現金預金比率$\frac{C}{D}=0$である。

貨幣乗数にこれと、法定の支払準備率$\frac{R}{D}=0.2$を代入すると、$\frac{\frac{C}{D}+1}{\frac{C}{D}+\frac{R}{D}}=\frac{0+1}{0+0.2}=\frac{1}{0.2}=5$となる。

ハイパワード・マネーは 50 兆円であるので、貨幣供給は$5\times50=250$兆円となる。