

ミクロ・マクロ経済学演習 復習問題(第5回)

2013.10.23 担当：河田

学籍番号 _____ 氏名 _____ 模範解答 _____

※ 10月28日(月)17時までに、河田研究室(514)まで提出すること。

※ 途中の式や思考過程はそのままにしておくこと。

1. 次の生産関数について、労働の限界生産力、資本の限界生産力をそれぞれ求めよ。

<p>(1) $Q = \sqrt{KL}$</p> <p>$Q = K^{0.5}L^{0.5}$</p> <p>$\frac{\partial Q}{\partial L} = 0.5 \cdot K^{0.5}L^{0.5-1}$</p> <p>$= 0.5K^{0.5}L^{-0.5}$</p> <p>$\frac{\partial Q}{\partial K} = 0.5 \cdot K^{0.5-1}L^{0.5}$</p> <p>$= 0.5K^{-0.5}L^{0.5}$</p>	<p>(2) $Q = 5K^{0.2}L^{0.8}$</p> <p>$\frac{\partial Q}{\partial L} = 0.8 \cdot 5K^{0.2}L^{0.8-1}$</p> <p>$= 4K^{0.2}L^{-0.2}$</p> <p>$\frac{\partial Q}{\partial K} = 0.2 \cdot 5K^{0.2-1}L^{0.8}$</p> <p>$= K^{-0.8}L^{0.8}$</p>	<p>(3) $Q = 3K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$</p> <p>$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{2}{3} \cdot 3K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}-1} = 2K^{\frac{1}{3}}L^{-\frac{1}{3}}$</p> <p>$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{1}{3} \cdot 3K^{\frac{1}{3}-1}L^{\frac{2}{3}} = K^{-\frac{2}{3}}L^{\frac{2}{3}}$</p>
--	--	--

2. ある生産物 Y の生産関数が $Y = 20K^{0.5}L^{0.5}$ で示され、生産物 Y の価格は 1 であるとする。ここで、生産要素のうち K は資本であり、L は労働である。市場は完全競争を前提としている。

いま、資本 K の要素価格が 20 であるとするとき、企業が利潤最大化を図る場合、労働 L の要素価格として正しいのはどれか。

- 1 : 2
- ② : 5
- 3 : 10
- 4 : 15
- 5 : 20

$$MPL = \frac{\partial Y}{\partial L} = 0.5 \cdot 20K^{0.5}L^{0.5-1} \quad MPK = \frac{\partial Y}{\partial K} = 0.5 \cdot 20K^{0.5-1}L^{0.5}$$

$$= 10K^{0.5}L^{-0.5} = 10\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5} \quad = 0.5K^{-0.5}L^{0.5} = 10\left(\frac{L}{K}\right)^{0.5}$$

$MPK = \frac{r}{P}$ なので、 $10\left(\frac{L}{K}\right)^{0.5} = \frac{20}{1} \Leftrightarrow \left(\frac{L}{K}\right)^{0.5} = 2$

$MPL = \frac{w}{P}$ なので、 $10\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5} = \frac{w}{1} = w$ である。

$\left(\frac{L}{K}\right)^{0.5} = 2$ なので、 $\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5} = \frac{1}{2}$ であり、 $w = 10\left(\frac{K}{L}\right)^{0.5} = 10 \times \frac{1}{2} = 5$ である。 (国Ⅱ 2002)

3. ある生産物 Y の生産関数が、 $Y = K^{\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}}$ (K: 資本設備の大きさ、L: 労働雇用量) で示され、資本貸付率は 2、労働賃金率は 1 であるとする。

生産者が生産物を 10 だけ生産するのに最適な資本設備の大きさはいくらか、最も妥当なものはどれか。

- ① : 10
- 2 : 20
- 3 : 30
- 4 : 40
- 5 : 50

$$MPL = \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1}{3} \cdot K^{\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}-1} \quad MPK = \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{2}{3} \cdot K^{\frac{2}{3}-1}L^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3}K^{\frac{2}{3}}L^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} \quad = \frac{2}{3}K^{-\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$MPL = \frac{w}{P}$ なので、 $\frac{1}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{P}$ $MPK = \frac{r}{P}$ なので、 $\frac{2}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{P}$ である。

よって、 $\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{P}$ であり、 $\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \frac{K^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{3}}} = \frac{L^{\frac{1}{3}}}{K^{\frac{1}{3}}} \Leftrightarrow \frac{K^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{3}}} = \frac{L^{\frac{1}{3}}}{K^{\frac{1}{3}}}$

(国税専門官)

$$\Leftrightarrow K^{\frac{2}{3}} \cdot K^{\frac{1}{3}} = L^{\frac{1}{3}} \cdot L^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow K = L$$

これを、生産関数に代入すると、 $Y = K^{\frac{2}{3}}L^{\frac{1}{3}} = K^{\frac{2}{3}} \cdot K^{\frac{1}{3}} = K$ 生産物を 10 だけ生産するのに最適な資本設備は、 $10=K$ となる。