# ミクロ・マクロ経済学演習　復習問題（第 4 回）

2013.10.16　担当：河田

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名　模　範　解　答

**※　10 月 21 日(月)17 時までに、河田研究室(514)まで提出すること。**
**※　途中の式や思考過程はそのままにしておくこと。**

1.　以下の各計算をおこなえ。

（1）$2^2 \times 2^3 =$ 32

$(2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$
$= 2^{(2+3)} = 2^5 = 32$

（2）$x^2 \times x^3 =$ $x^5$

$(x \times x) \times (x \times x \times x)$
$= x^{(2+3)} = x^5$

（3）$2^4 \div 2^2 =$ 4

$(2 \times 2 \times 2 \times 2) \div (2 \times 2)$
$= 2^{(4-2)} = 2^2 = 4$

（4）$x^4 \div x^2 = x^2$

$(x \times x \times x \times x) \div (x \times x)$
$= x^{(4-2)} = x^2$

（5）$(2^3)^2 =$ 64

$(2 \times 2 \times 2)^2$
$= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$
$= 2^{(3\times2)} = 2^6 = 64$

（6）$(x^3)^2 =$ $x^6$

$(x \times x \times x)^2$
$= (x \times x \times x) \times (x \times x \times x)$
$= x^{(3\times2)} = x^6$

（7）$x^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{2}{3}} =$ x

$x^{\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)} = x^1 = x$

（8）$x^{1.2} \div x^{0.4} =$ $x^{0.8}$

$x^{(1.2-0.4)} = x^{0.8}$

（9）$\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2 =$ $x^{\frac{2}{3}}$

$x^{\left(\frac{1}{3}\times2\right)} = x^{\frac{2}{3}}$

2.　以下の各式について、z を x と y でそれぞれ偏微分せよ。

（1）$z = x^3y^2$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3 \cdot x^{3-1}y^2$$
$$= 3x^2y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2 \cdot x^3y^{2-1}$$
$$= 2x^3y$$

（2）$z = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}-1}y^{\frac{2}{3}}$$
$$= \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}$$
$$= \frac{1}{3}\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}-1}$$
$$= \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}$$
$$= \frac{2}{3}\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}}$$

（3）$z = 2x^{0.8}y^{0.2}$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0.8 \cdot 2x^{0.8-1}y^{0.2}$$
$$= 1.6x^{-0.2}y^{0.2}$$
$$= 1.6\left(\frac{y}{x}\right)^{0.2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0.2 \cdot 2x^{0.8}y^{0.2-1}$$
$$= 0.4x^{0.8}y^{-0.8}$$
$$= 0.4\left(\frac{x}{y}\right)^{0.8}$$

3. ある個人の効用関数が次のように与えられている。

$$U = x(L-12)$$

ここでuは効用水準、xは X財の購入量、Lは余暇の量を表す。X財の価格は10である、労働1単位当たりの賃金率は20とする。この個人が効用を最大化するときの労働供給量はいくらになるか。なお、この個人は労働によって得たすべての所得をX財の消費に使うものとする。

1： 4
②: 6
3： 8
4： 10
5： 12

この個人の所得をYとすると、労働によって得たすべての所得をX財の消費に使い、X財の価格は10であるので、$Y = 10x \Leftrightarrow x = \frac{Y}{10}$となる。よって、効用関数は$U = \frac{Y}{10}(L-12)$となる。

限界代替率を求めるために、UをLとYとでそれぞれ偏微分する。すると、

$$\frac{\partial U}{\partial L} = 1\cdot\frac{1}{10}L^{1-1}Y = \frac{1}{10}Y \qquad \frac{\partial U}{\partial Y} = 1\cdot\frac{1}{10}LY^{1-1} - \frac{12}{10}Y^{1-1} = \frac{1}{10}L - \frac{12}{10}$$

よって限界代替率は、$MRS = \dfrac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \dfrac{\frac{Y}{10}}{\frac{L-12}{10}} = \dfrac{Y}{L-12}$ となる。

これが賃金率に等しくなるので、$\frac{Y}{L-12} = 20 \Leftrightarrow Y = 20L - 240$となる。

予算制約線の式は$Y = 20(24-L)$であるので、これに代入すると、

$$20L - 240 = 20(24-L) \Leftrightarrow 20L - 240 = 480 - 20L \Leftrightarrow 40L = 720 \Leftrightarrow L = 18$$

となる。 よって、最適な労働供給量は 24-18=6　（国Ⅱ　2007改）

4. ある人の効用関数Uが次式で示されている。余暇時間のほかは、すべて労働時間であり、労働時間1時間当たりの賃金率は1万円であるとする。この人がその効用を最大化するように行動するとき、1日の労働時間として、正しいのはどれか。

$$U = 44L + LY - L^2$$

L: 1日当たりの余暇時間
Y: 1日当たりの所得

1： 6時間
②: 7時間
3： 8時間
4： 9時間
5： 10時間

限界代替率を求めるために、UをLとYとでそれぞれ偏微分する。すると、

$$\frac{\partial U}{\partial L} = 1\cdot 44L^{1-1} + 1\cdot L^{1-1}Y - 2\cdot L^{2-1} = 44 + Y - 2L$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 1\cdot Y^{1-1}L = L$$

よって限界代替率は、$MRS = \dfrac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \dfrac{44+Y-2L}{L}$ となる。

これが賃金率に等しくなるので、

$\frac{44+Y-2L}{L} = 1 \Leftrightarrow 44 + Y - 2L = L \Leftrightarrow Y = 3L - 44$となる。（東京都　2005）

予算制約線の式は$Y = 1\cdot(24-L)$であるので、これに代入すると、

$$3L - 44 = 24 - L \Leftrightarrow 4L = 68 \Leftrightarrow L = 17$$

となる。 よって、最適な労働供給量は $24 - 17 = 7$(時間)

よって、1日当たりの最適労働時間は7時間となる。