ミクロ･マクロ経済学演習　配布資料

2013.10.23　担当：河田

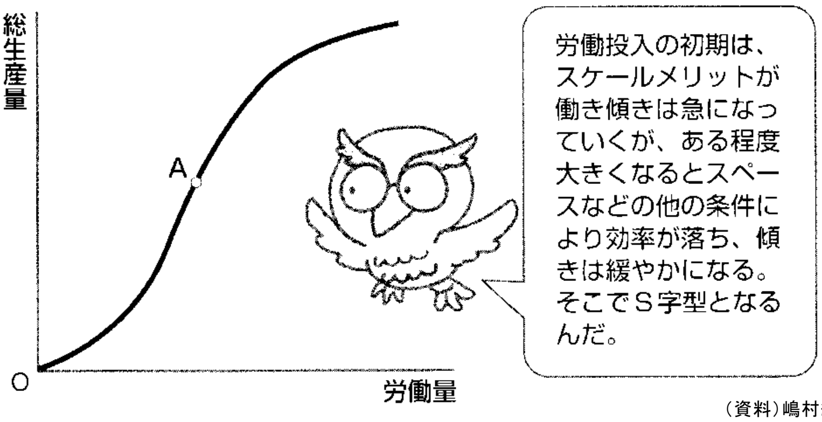
＜第 5 回　生産関数＞

［基礎事項のチェック］　（参考資料：『ミクロ経済学』授業ノート(20)）

・生産関数

　生産関数は、生産要素を横軸に、生産量を縦軸にとったグラフであり、右図のような形になる。

　生産要素としては、労働量（Ｌとあらわす）が考えられるが、資本（Ｋとあらわす）も重要な生産要素であり、通常はこの 2 つを考え、$Q = f(K, L)$という式で表現される。なお、資本を横軸にとった図も右図のようになる。



（資料）嶋村紘輝，横山将義『図解雑学 ミクロ経済学』ナツメ社，2003 年　P.115

［新しい概念］

・限界生産力

生産要素を 1 単位増加した時の、生産量の増加分が、限界生産力である。したがって

①労働の限界生産力（ＭＰＬ）…　労働（Ｌ）を 1 単位増加したときの、生産量(Q)の増加分　$\frac{\Delta Q}{\Delta L}$

②資本の限界生産力（ＭＰＫ）…　労働（Ｋ）を 1 単位増加したときの、生産量(Q)の増加分　$\frac{\Delta Q}{\Delta K}$

※　これらは、生産関数を L, K でそれぞれ偏微分して求められる。

※　問題においてよく用いるのは、労働の限界生産力（ＭＰＬ）のほうである。

・利潤最大化

　企業行動の原則は**利潤最大化**である。利潤（π）＝売上－総費用ので、次のように考えられる。

$$\pi = P \times Q - TC$$

　売り上げは、**価格×数量**であるので、$P \times Q$となる。（TC は総費用である。）利潤を最大にするような生産量（生産量＝販売量と考える）は、生産関数を Q で微分した時、ゼロになる時であるので、

$$\frac{d\pi}{dQ} = P - \frac{dTC}{dQ} = 0$$

　より、$P = \frac{dTC}{dQ}$のとき、すなわち、**価格＝限界費用**が利潤最大化の条件（1 つ目）

次に費用について、少し詳しくみてみよう。費用の中に、(総)賃金が大きな割合を占める。(総)賃金は、賃金(w)と労働量(L)とをかけ合わせたものである。よって、利潤は

$$\pi = P \times Q - w \times L - \text{その他の費用}$$

となる。これを Q=の形に変形すると

$$Q = \frac{w}{P}L - \frac{\pi}{P} + \frac{\text{その他の費用}}{P}$$

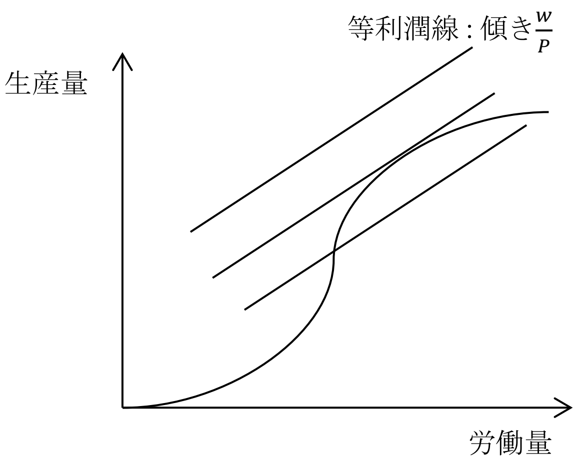
となり、L の関数としてみると、その傾きは$\frac{w}{P}$となる。これが、**等利潤線**となる。（下図左側参照）

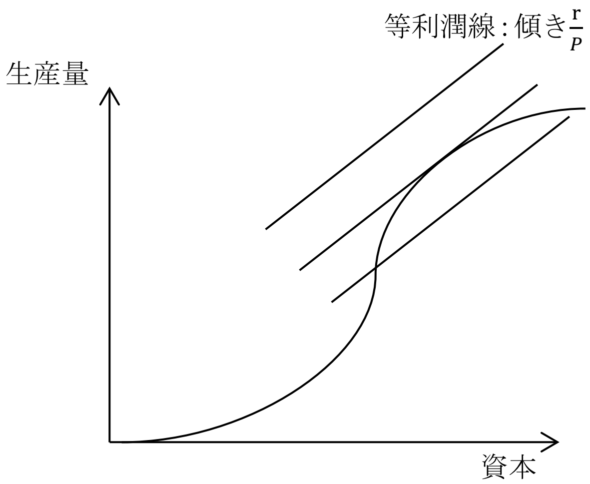
利潤最大化の条件として、賃金を考えた場合には、等利潤線の傾きと、労働の限界生産力（生産関数の接線の傾きである）が等しいということが導かれる。したがって、

$$MPL = \frac{w}{P}$$

が賃金を考慮に入れて場合の、利潤最大化の条件である。（この$\frac{w}{P}$を**実質賃金率**という）

なお、資本についても同様に、$MPK = \frac{r}{P}$という条件が導かれる。r は資本の要素価格である。





［例題］

ある企業は、労働からある財を生産しており、この企業の生産関数が

$$Q=\sqrt{L}\ \text{[Q: 生産量、L: 労働量]}$$

で表されるとする。財の価格をp、賃金をw、固定費用を0とした時、この企業の労働需要量、財の供給量及び最大化された利潤の組合せとして最も適当なものはどれか。

	労働需要量	財の供給量	最大化された利潤
1：	$\frac{p^2}{4w^2}$	$\frac{p}{4w}$	$\frac{p^2}{4w}$
2：	$\frac{p}{2w}$	$\frac{p}{2w}$	$\frac{p^2}{2w}$
3：	$\frac{p^2}{4w}$	$\frac{p^2}{2w}$	$\frac{p}{4w^2}$
4：	$\frac{p}{2w}$	$\frac{p}{4w}$	$\frac{p^2}{2w}$
5：	$\frac{p^2}{4w^2}$	$\frac{p}{2w}$	$\frac{p^2}{4w}$

（裁判所事務官 2007 改）

（解）　まず、労働の限界生産力を求めよう。生産関数をLで微分する。

$$Y=\sqrt{L}=L^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dQ}{dL}=\frac{1}{2}L^{\frac{1}{2}-1}=\frac{1}{2}L^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{L}}$$

企業行動の原則として、利潤最大化があるが、労働の限界生産力と実質賃金率が等しくなり、

$$\frac{1}{2\sqrt{L}}=\frac{w}{p}$$

これを、Lについて解くと、

$$\frac{1}{2\sqrt{L}}=\frac{w}{p}\Leftrightarrow\frac{1}{2}=\frac{w}{p}\sqrt{L}\Leftrightarrow\frac{p}{2w}=\sqrt{L}\Leftrightarrow\left(\frac{p}{2w}\right)^2=L\Leftrightarrow\frac{p^2}{4w^2}=L$$

となる。このときの、財の供給量（生産量）は、

$$Q=\sqrt{L}=\sqrt{\frac{p^2}{4w^2}}=\frac{p}{2w}$$

であり、最大化された利潤は、

$$\pi=P\times Q-w\times L-\text{その他の費用}=p\times\frac{p}{2w}-w\times\frac{p^2}{4w^2}-0=\frac{p^2}{2w}-\frac{p^2}{4w}=\frac{p^2}{4w}$$

よって選択肢5が正答。

［練習問題］

1. 次の生産関数について、労働の限界生産力、資本の限界生産力をそれぞれ求めよ。

（1） $Q = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$　　（2） $Q = 2K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$　　（3） $Q = 2K^{0.4}L^{0.6}$

2. 完全競争市場における、ある企業の生産関数が次のように与えられている。

$$Y = K^{0.2}L^{0.8}$$

ここでYは生産量、Kは資本量、Lは労働量を表す。実質賃金率が20のとき、労働の物的生産性$\frac{Y}{L}$として、正しいのはどれか。

1： 25

2： 30

3： 35

4： 40

5： 45

（国税専門官　2007）