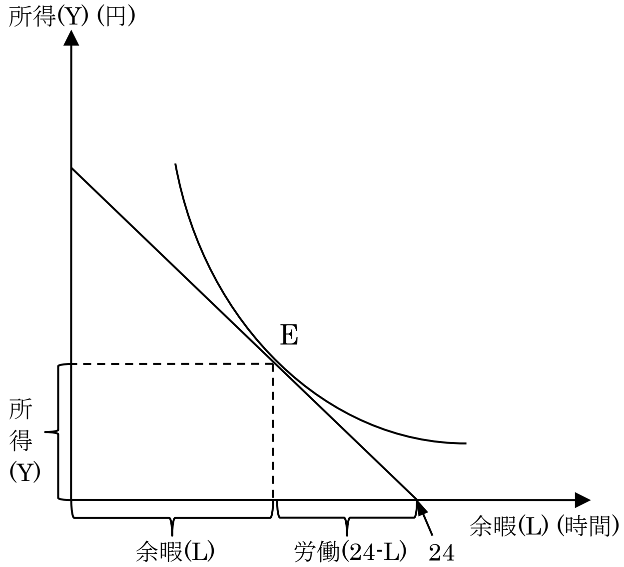
ミクロ･マクロ経済学演習　配布資料

2013.10.16　担当：河田

＜第 4 回　最適消費の応用＞

［新しい概念］

・最適労働供給



最適消費の理論を応用することによって、最適労働供給の問題を解くことができる。

この場合、横軸に余暇(L)を、縦軸に所得(Y)をとる。個人は、余暇を犠牲にして労働し､それによって所得を得ている。この関係から、余暇と所得によって効用関数を描くことができる。

次に予算制約線であるが、この場合は

$$Y = w(24 - L)$$

という式であらわされる。この w は賃金率(時給)であり、最適消費の場合の価格比に相当する。(予算制約線の傾きは−w である。)

よって、最適労働供給点における「無差別曲線の接線の傾き」＝「予算制約線の傾き」という関係は、

$$限界代替率MRS = \frac{MU_L}{MU_Y} = \frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = 賃金率\ w$$

となる。よって、この関係を求めて、予算制約線$Y = w(24 - L)$に代入するなどによって、最適労働供給点を求めることができる。

［例題］

家計の効用が、所得 Y を余暇 L から得られるものとし、効用関数が$U = LY$で表されるものとする。このとき、賃金が 1 時間当たり 600 円とすると、1 日当たりの最適労働時間に対する賃金はいくらになるか。ただし、1 日 24 時間のうち、労働時間を除いたすべての時間を余暇時間 L とする。

(国Ⅱ2003 改)

(解)　限界代替率を求めるために、U を L と Y とでそれぞれ偏微分する。すると、

$$\frac{\partial U}{\partial L} = 1 \cdot L^{1-1}Y = Y \qquad \frac{\partial U}{\partial Y} = 1 \cdot LY^{1-1} = L$$

よって限界代替率は、$\mathrm{MRS}=\dfrac{\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{L}}}{\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{Y}}}=\dfrac{\mathrm{Y}}{\mathrm{L}}$ となる。

これが賃金率に等しくなるので、$\dfrac{\mathrm{Y}}{\mathrm{L}}=600 \Leftrightarrow \mathrm{Y}=600L$となる。

予算制約線の式は$\mathrm{Y}=600(24-\mathrm{L})$であるので、これに代入すると、

$$600\mathrm{L}=600(24-\mathrm{L}) \Leftrightarrow 600\mathrm{L}=14400-600\mathrm{L} \Leftrightarrow 1200\mathrm{L}=14400 \Leftrightarrow \mathrm{L}=12$$

となる。

よって、1 日当たりの最適労働時間に対する賃金は、$600(24-12)=600\times 12=7200$(円)となる。

［練習問題］

1. ある個人は 1 日の時間を余暇と労働のみにあてることとし、この個人の効用関数が、以下のとおり示されるとする。

$$\mathrm{U}=2\mathrm{YL}+4\mathrm{L}-(24-\mathrm{L})^2$$

U: 個人の効用水準、
Y: 1 日の実質所得
L: 1 日のうち余暇にあてる時間(単位: 時間)

実質賃金率は 1 時間当たり 1 であるとした場合、この個人が効用を最大にするためには、1 日何時間働けばよいか。

1： 7 時間 20 分
2： 7 時間 30 分
3： 7 時間 50 分
4： 8 時間
5： 8 時間 20 分

（国税専門官　2005 改）