ミクロ･マクロ経済学演習　第 2 回練習問題 2.　解答

2013.10.9　担当 : 河田

2.　2 財 x,y を消費するある個人の効用関数が

$U = xy^3$ (U: 効用水準、x: x 財の消費量、y: y 財の消費量)

で表されるとする。また、x 財の価格は 2、y 財の価格は 3 であり、この個人は所得 M を与えられている。この個人が所得 M を用いて効用を最大にする各財の消費量を選択すると 128 の効用を得られるとき、M の値として最も適当なのはどれか。

1 :　12
2 :　**16**
3 :　24
4 :　32
5 :　48

X 財の価格が 2、Y 財の価格が 3、所得が M であるので、予算制約線の式は$2x + 3y = M$となる。

限界代替率を求めるために、U を x と y とでそれぞれ偏微分する。すると、$\frac{\partial U}{\partial x} = 1 \cdot x^{1-1}y^3 = y^3$

$\frac{\partial U}{\partial y} = 3 \cdot xy^{3-1} = 3xy^2$　　よって限界代替率は、$MRS = \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{y^3}{3xy^2} = \frac{y}{3x}$ となる。

これが 2 財の価格比に等しくなるので、$\frac{y}{3x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow y = 2x$となる。

この式を効用関数に代入すると、

$$x \times (2x)^3 = 128 \Leftrightarrow 8x^4 = 128 \Leftrightarrow x^4 = 16 \Leftrightarrow x = 2$$

よって、予算制約式に代入して、$2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 = 4 + 12 = 16$。

[最適消費問題の解法]

最適消費点では、「予算制約線の傾き」＝「無差別曲線の接線の傾き」となる。そのため、次のような手順で問題を解くことができる。

1)　効用関数について、U を X,Y でそれぞれ偏微分して限界効用を求め、その比から

$$MRS = \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}}$$

として、限界代替率を求める。(限界代替率は X と Y の式になる。)

2)　$MRS = \frac{P_X}{P_Y}$ という関係から、Y と X の関係(Y=○X)を求める。

3)　予算制約線の式(所得が与えられている場合)、または、効用関数の式(効用水準が与えられている場合)に、2)で求めた Y と X の関係を代入し、X の最適消費量を求める。

4)　効用関数の式と予算制約線の式のうち、3)で用いなかったほうに、X の最適消費量を代入し、最終的な解答を求める。