

# 統計学 復習問題 (第2章、第3章I)

2012年5月28日

学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

5月30日(水)17:00までに、514研究室に提出すること。

割りきれない数値がある場合には四捨五入して小数点以下第2位まで求めること。

問1 天気予報と実際の天気の関係について、次のような経験的確率を求めることができた。この表の空欄を埋め、さらに下の各問に答えよ。

	降水確率 50%以上 ( $A_1$ )	降水確率 50%未満 ( $A_2$ )	計
雨が降る ( $B_1$ )	0.17	<b>0.03</b>	<b>0.2</b>
雨が降らない ( $B_2$ )	0.08	0.72	0.8
計	0.25	<b>0.75</b>	<b>1</b>

1. 降水確率が50%以上の予報のとき、雨が降る条件つき確率  $P(B_1|A_1)$  を求めよ。

$$\begin{aligned} P(B_1|A_1) &= \frac{P(A_1 \cap B_1)}{P(A_1)} \\ &= \frac{0.17}{0.25} = 0.68 \end{aligned}$$

A. 0.68

2. 降水確率が50%以上の予報であることと、雨が降ることは独立事象であるか。理由をつけて答えよ。

降水確率が50%未満の予報であるときの、雨が降る条件つき確率  $P(B_1|A_2)$  は

$$\begin{aligned} P(B_1|A_2) &= \frac{P(A_2 \cap B_1)}{P(A_2)} \\ &= \frac{0.03}{0.75} = 0.04 \end{aligned}$$

なので、 $P(B_1|A_1) \neq P(B_1|A_2) \neq P(B_1)$  となり、降水確率が50%以上の予報であることと、雨が降ることは独立事象とはいえない。

問2 平成21年度大学入試センター試験において、国語は平均点108点、標準偏差30であり、英語は平均点118点、標準偏差40であった。

この試験を受験した勝久君は、国語が135点、英語が148点であった。このとき、

1. 勝久君の国語の成績と英語の成績はどちらが良いといえるか。標準化して比較せよ。

$$\begin{aligned} \text{国語の } z \text{ スコア: } z &= \frac{135 - 108}{30} = \frac{27}{30} = 0.9 \\ \text{英語の } z \text{ スコア: } z &= \frac{148 - 118}{40} = \frac{30}{40} = 0.75 \end{aligned}$$

0.9 > 0.75 より、国語の方が成績が良いといえる。

2. 国語と英語の成績の分布が、ともに正規分布にしたがうとき、勝久君の国語と英語の成績は、それぞれ上位何%程度といえるであろうか。

$$\text{国語: } 1 - 0.8159 = 0.1841 \quad \text{上位 } 18.41 \%$$

$$\text{英語: } 1 - 0.7734 = 0.2266 \quad \text{上位 } 22.66 \%$$

問3 次のデータは FIFA ワールドカップにおける 1970 年以降の優勝国 6 か国の、人口 (単位 1000 万人) のデータである。この 6 か国を母集団とし、2 か国を標本とする標本調査を考える。このとき、考えられるすべての標本について、それぞれ標本平均 を求め、その度数分布表を完成し、さらに以下の各問に答えよ。

ブラジル	19
ドイツ	8
アルゼンチン	4
イタリア	6
フランス	6
スペイン	5

$\bar{x}_i$	$f_i$ (度数)	$f_i \bar{x}_i$	$f_i \bar{x}_i^2$
4.5	1	4.5	20.25
5	2	10	50
5.5	2	11	60.5
6	2	12	72
6.5	1	6.5	42.25
7	2	14	98
11.5	1	11.5	132.25
12	1	12	144
12.5	2	25	312.5
13.5	1	13.5	182.25
計	15	120	1114

1.  $\bar{x}$  の平均  $E(\bar{x})$  を求めよ。

$$E(\bar{x}) = \frac{120}{15} = 8$$

A.  $E(\bar{x}) = 8$

2.  $\bar{x}$  の分散  $V(\bar{x})$  を求めよ。

$$V(\bar{x}) = \frac{1114}{15} - (8)^2 = 74.27 - 64 = 10.27$$

A.  $V(\bar{x}) = 10.27$

3. 母平均  $\mu$ 、母分散  $\sigma^2$  と、 $E(\bar{x})$ 、 $V(\bar{x})$  はどのような関係になっているか、こたえよ。

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{19 + 8 + 4 + 6 + 6 + 5}{6} = \frac{48}{6} = 8 \\ \sigma^2 &= \frac{(19 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (4 - 8)^2 + (6 - 8)^2 + (6 - 8)^2 + (5 - 8)^2}{6} \\ &= \frac{(11)^2 + (0)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + (-2)^2 + (-3)^2}{6} \\ &= \frac{121 + 0 + 16 + 4 + 4 + 9}{6} = \frac{154}{6} = 25.67 \end{aligned}$$

よって、 $E(\bar{x}) = \mu$ 、 $V(\bar{x}) \neq \sigma^2$  となる。ただし、 $V(\bar{x})$  について、

$$V(\bar{x}) = \frac{N - n}{N - 1} \frac{\sigma^2}{n} = \frac{6 - 2}{6 - 1} \frac{25.67}{2} = \frac{102.67}{10} = 10.27$$

が成り立つ。