

<第5回 最適消費の応用>

[新しい概念]

・最適労働供給

最適消費の理論を応用することによって、最適労働供給の問題を解くことができる。

この場合、横軸に余暇(L)を、縦軸に所得(Y)をとる。個人は、余暇を犠牲にして労働し、それによって所得を得ている。この関係から、余暇と所得によって効用関数を描くことができる。

次に予算制約線であるが、この場合は

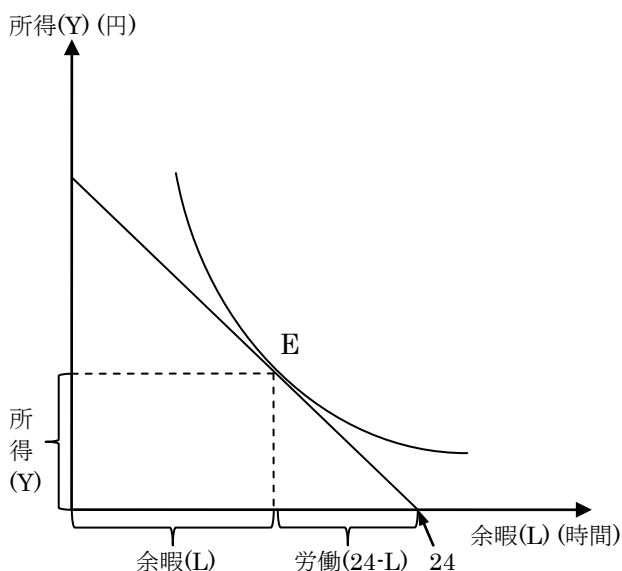
$$Y = w(24 - L)$$

という式であらわされる。この w は賃金率(時給)であり、最適消費の場合の価格比に相当する。(予算制約線の傾きは -w である。)

よって、最適労働供給点における「無差別曲線の接線の傾き」 = 「予算制約線の傾き」という関係は、

$$\text{限界代替率MRS} = \frac{MU_L}{MU_Y} = \frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \text{賃金率 } w$$

となる。よって、この関係を求めて、予算制約線  $Y = w(24 - L)$  に代入するなどによって、最適労働供給点を求めることができる。



[例題]

家計の効用が、所得 Y を余暇 L から得られるものとし、効用関数が  $U = LY$  で表されるものとする。このとき、賃金が 1 時間当たり 600 円とすると、1 日当たりの最適労働時間に対する賃金はいくらになるか。ただし、1 日 24 時間のうち、労働時間を除いたすべての時間を余暇時間 L とする。

(国Ⅱ2003改)

(解) 限界代替率を求めるために、U を L と Y とでそれぞれ偏微分する。すると、

$$\frac{\partial U}{\partial L} = 1 \cdot L^{1-1}Y = Y \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = 1 \cdot LY^{1-1} = L$$

よって限界代替率は、 $MRS = \frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{Y}{L}$  となる。

これが賃金率に等しくなるので、 $\frac{Y}{L} = 600 \Leftrightarrow Y = 600L$  となる。

予算制約線の式は $Y = 600(24 - L)$ であるので、これに代入すると、

$$600L = 600(24 - L) \Leftrightarrow 600L = 14400 - 600L \Leftrightarrow 1200L = 14400 \Leftrightarrow L = 12$$

となる。

よって、1日当たりの最適労働時間に対する賃金は、 $600(24 - 12) = 600 \times 12 = 7200$ (円)となる。

### [練習問題]

1. ある個人は1日の時間を余暇と労働のみにあてることとし、この個人の効用関数が、以下のとおり示されるとする。

$$U = 2YL + 4L - (24 - L)^2$$

U: 個人の効用水準、

Y: 1日の実質所得

L: 1日のうち余暇にあてる時間(単位: 時間)

実質賃金率は1時間当たり1であるとした場合、この個人が効用を最大にするためには、1日何時間働けばよいか。

- 1 : 7時間20分
- 2 : 7時間30分
- 3 : 7時間50分
- 4 : 8時間
- 5 : 8時間20分

(国税専門官 2005 改)