

統計学 練習問題

第7回 確率と確率分布 (3) ヒント

2008年5月13日

問1 外見が同じである中身の見えない2つの袋 A,B があり、袋 A には赤球が3個と白球が2個入っていて、袋 B には赤球が1個と白球が4個入っている。

いま、1つの袋から球を1つ取り出したところ、赤球であった。その袋が袋 A である確率を求めよ。

(ヒント)

選んだ袋 袋 A X_1 袋 B X_2 とすると、求める確率は $P(X_1|Y_1)$ である。

取り出した球 赤球 Y_1 白球 Y_2

どちらの袋を選ぶかは等確率であるとする。すなわち、 $P(X_1) = P(X_2) = \frac{1}{2}$ とする。

ベイズの定理を用いて $P(X_1|Y_1)$ を計算する。

問2 あるテレビのゲーム番組では、参加者は3つのドア (左からドア A, ドア B, ドア C とする) のいずれかを選び、その後ろにある商品を手に入れることができる。ひとつのドアの後ろには車が、残り2つのドアの後ろにはたわしが置いてある。

参加者がドア A を選んだとする。このとき、ドアの後ろに何がおいてあるか知っている司会者はドア C を開けて参加者にこう言った「ドア B に変えますか？」参加者はドア B に変えたほうが良いのであろうか。

(ヒント)

車の場所 ドア A の後ろ X_1 ドア B の後ろ X_2 ドア C の後ろ X_3 とする。

司会者の開けるドア ドア A Y_1 ドア B Y_2 ドア C Y_3

参加者がどのドアを選ぶかは考えない (ドア A を選んだ後の話とする)

このとき、 $P(X_1|Y_3)$ (ドアを変えない方がよい) と $P(X_2|Y_3)$ (ドアを変えた方がよい) の比較となるので、ベイズの定理を用いてこれらを求める。

また、次のような仮定をおいて考える。

- 車がどのドアの後ろにあるかは等確率とする。すなわち、 $P(X_1) = P(X_2) = P(X_3) = \frac{1}{3}$
- 司会者は必ずたわしのドアを開けるものとする。