

ベイズの定理は、「あることから X についての確信の度合いが、関連するデータ $D_1, D_2 \dots$ の出現によって更新されていく」という状況の説明によく用いられる。

$$P(X | D_1) = \frac{P(X) \times P(D_1 | X)}{P(X) \times P(D_1 | X) + P(X^c) \times P(D_1 | X^c)}$$

ここで、 $P(X)$ を X についての**事前確率**と考えるなら、関連するデータ D_1 が得られることによって、**事後確率** $P(X | D_1)$ に更新されるということである。

(例) 迷惑メールフィルタ

最近のウイルス対策ソフトは、受信したメールが迷惑メールであるかどうかの判定をおこなってくるものが多い。迷惑メールかどうかの判定に、ベイズの定理が用いられていることがある。

たとえば、あるメールのタイトルに「完全無料」という迷惑メールのタイトルに多く含まれる単語があったとする。このメールが迷惑メールかどうかを判定するには次のようにおこなう。

$P(X)$ あるメールが迷惑メールであるという事前確率

D_1 「完全無料」という迷惑メールのタイトルに多く含まれる単語

$P(D_1 | X)$ 迷惑メールのタイトルに「完全無料」という単語が含まれる確率

$P(D_1 | X^c)$ 迷惑メールでない普通のメールのタイトルに「完全無料」という単語が含まれる確率

ベイズの定理を用いて、これらの $P(X | D_1)$ を計算し、このメールが迷惑メールであるかどうかを判定する。

実際には、他の単語(「出会える」など)や、疑わしい URL へのリンクがあれば、それらが $D_2, D_3 \dots$ となって、より正確な判定をおこなうことを可能とする。この場合、 $P(X | D_1)$ を事前確率として、事後確率 $P(X | D_1, D_2)$ をベイズの定理によって求めていく。

$$P(X | D_1, D_2) = \frac{P(X | D_1) \times P(D_2 | X, D_1)}{P(X | D_2) \times P(D_2 | X, D_1) + P(X^c | D_2) \times P(D_2 | X^c, D_1)}$$

なお、迷惑メールのタイトルに「完全無料」という単語が含まれる確率 $P(D_1 | X)$ は過去に受信した迷惑メールから求められる。メールソフトに学習させた結果である。